

Modelo basado en Escenarios para la Planificación Agregada de Producción. Caso de Estudio en una Empresa de Productos Químicos

Scenario-Based Model for Aggregate Production Planning. Case Study in a Chemical Company

DOI: <http://doi.org/10.17981/ingecuc.17.2.2021.19>

Artículo de Investigación Científica. Fecha de Recepción: 28/01/2020. Fecha de Aceptación: 01/07/2021.

Gean Pablo Mendoza Ortega 

Corporación Universitaria del Caribe-CECAR. Sincelejo (Colombia)
gean.mendoza@cecar.edu.co

Cesar José Vergara Rodríguez 

Corporación Universitaria del Caribe-CECAR. Sincelejo (Colombia)
cesar.vergara@cecar.edu.co

Oscar Eduardo Domínguez Arrieta 

Corporación Universitaria del Caribe-CECAR. Sincelejo (Colombia)
oseddoar@hotmail.com

Luz Mary Domínguez Canchila 

Corporación Universitaria del Caribe-CECAR. Sincelejo (Colombia)
luzmary.dominguez@hotmail.com

Para citar éste artículo:

G. Mendoza Ortega, O. Domínguez Arrieta, C. Vergara Rodríguez & L. Domínguez Canchila, “Modelo Basado en Escenarios para la Planificación Agregada de Producción. Caso de Estudio en una Empresa de Productos Químicos”, INGE CUC, vol. 17, no. 2, pp. 1–11, 2021. DOI: <http://doi.org/10.17981/ingecuc.17.2.2021.19>

Resumen

Introducción— En esta investigación tiene como objetivo el diseño de una herramienta de apoyo a los procesos de toma de decisión en la planificación de la producción a mediano plazo a través de un modelo para la planeación agregada de la producción, cuando la demanda es un parámetro con incertidumbre ajustado a una empresa productora y distribuidora de productos químicos para el aseo, ubicada en el municipio de Morroa – Sucre. El desarrollo de un plan de producción lleva consigo la determinación de parámetros que muchas veces poseen cierto grado de vaguedad, esto conlleva a que el personal a cargo de tomar decisiones asuma el manejo de esta incertidumbre. Esta técnica de planificación suele implicar una familia de productos similares, es decir, productos con similitudes en el proceso de producción, las habilidades requeridas, los materiales necesarios. En este estudio el modelo propuesto fue codificado en el software General Algebraic Modeling System (GAMS), obteniendo una solución en tiempos computacionales aceptables. La solución obtenida representa unos costos totales de producción \$ 365'495,633 en el horizonte de planeación generando herramienta de planificación para la empresa en estudio con tiempos computacionales favorables.

Palabras clave— Planeación; modelación; incertidumbre; escenarios

Abstract

Introduction— The objective of this research is to design a tool to support decision-making processes in medium-term production planning through a model for aggregate production planning, when demand is a parameter with uncertainty adjusted to a company that produces and distributes chemical products for cleaning, located in the municipality of Morroa - Sucre. The development of a production plan involves the determination of parameters that often have a certain degree of vagueness, this leads the personnel in charge of making decisions to assume the management of this uncertainty. This planning technique usually involves a family of similar products, i.e., products with similarities in the production process, the skills required, the materials needed. In this study the proposed model was coded in the General Algebraic Modeling System (GAMS) software, obtaining a solution in acceptable computational times. The solution obtained represents total production costs of \$ 365'495,633 in the planning horizon, generating a planning tool for the company under study with favorable computational times.

Keywords— Planning; modelling; uncertainty; scenarios

I. INTRODUCCIÓN

Una demanda altamente incierta lleva a una revisión frecuente de la planificación de la producción de un período a otro, lo que no sólo causa incertidumbre en los entornos de producción, sino que también es uno de los principales factores de costos debido a los efectos adversos en los niveles de mano de obra e inventario [1]. Esto ligado a la falta de estabilidad de la planificación puede resultar un problema importante, ya que a menudo genera una cantidad considerable de esfuerzos de ajuste a corto y medio plazo [2]. El objetivo más importante que se fija cada empresa es maximizar los beneficios y minimizar los costos de producción. Es por ello, que el objetivo principal en la dirección del flujo de producción es fabricar productos en cantidades y fechas correspondientes a los planes de ventas propuestos [3].

A lo largo de los años, se han realizado cabo muchas investigaciones sobre la planificación, la aparición de nuevos conceptos y las técnicas de las operaciones de producción repetitivas. Todo esto ha llevado a desarrollar nuevos procesos en las empresas actuales que capten los beneficios de la producción; en consecuencia existen dos métodos de planificación de la producción y de las actividades [4], se determina la estrategia de planificación óptima [5] y se utilizan con éxito los métodos de Planificación Agregada de la Producción (APP, por sus siglas en inglés) [6].

En este sentido, la APP trata de una planificación de rango medio que regularmente abarca un horizonte entre 3 y 18 meses; teniendo en cuenta la determinación de las cantidades óptimas de producción, las tasas de contratación y despido, los niveles de mano de obra y de inventario, los volúmenes de pedidos retrasados y de subcontratación, entre otras, para cada período de tiempo dentro del horizonte de planificación con sujeción a las limitaciones de los recursos disponibles [7].

Esta técnica de planificación suele implicar un producto o una familia de productos similares, es decir, productos con similitudes en el proceso de producción, las habilidades requeridas, los materiales necesarios; a pesar de las pequeñas diferencias, sigue siendo válido considerar el problema desde un punto de vista agregado. Existe un problema de planificación de la producción debido a que hay recursos de fabricación que no pueden almacenarse de un período a otro; lo que conlleva a tomar decisiones sobre que recursos se deben incluir y cómo modelar su capacidad y comportamiento, y sus costos [8]. Además, que puede acarrear incertidumbre asociada con la producción y las restricciones. El problema de la planificación de la producción comienza con una especificación de la demanda del cliente que debe satisfacerse por el plan de producción.

Por otro lado, la planificación de la producción bajo incertidumbre ha sido ampliamente estudiada. Se han propuesto diferentes enfoques para hacer frente a las diferentes formas de incertidumbre [9]. Investigadores chinos [10] definen que un proceso incierto es esencialmente una secuencia de variables inciertas indexadas por tiempo, es decir, es una variable incierta en cada momento. Por su parte, teóricos estadounidenses [11] define la incertidumbre como la diferencia entre la cantidad de información requerida para realizar una tarea y la cantidad de información ya poseída. En la vida cotidiana existen muchas formas de incertidumbre que afectan a los procesos de producción.

En este caso, la optimización estocástica es utilizada dentro del análisis de modelos de producción para actividades que requieren de la planificación y toma de decisiones, ya que permite analizar las incertidumbres y controlar algunos de los riesgos posibles [12].

En este sentido, la UCM [13] define que la programación estocástica se puede abordar desde la Programación Lineal Estocástica (PLE) y la Programación lineal estocástica basada en escenarios. Dentro de los métodos de solución para PLE se pueden encontrar Esperar y Ver” o “Wait and See, “Aquí y Ahora” o “Here and Now” y Valor Esperado o “Expected Value”. De igual forma esta se aborda desde el valor esperado de la información perfecta “EVPI” y el Valor de la Solución Estocástica (VSS).

Por otra parte la PUJ [14] propone que este tipo de modelos que contemplan incertidumbre en algunos de su parámetros, se dividen en dos grandes grupo, un grupo basados en aproximación probabilística, las cuales representan variables aleatorias con distribuciones

de probabilidad conocida y otro es la aproximación basada en escenarios, para la cual la incertidumbre se representa por un número discreto de escenarios de los parámetros aleatorios. Para el caso de esta investigación, se modelará la incertidumbre utilizando metodologías por escenarios.

A. *Análisis por escenario*

Entiéndase como escenario como aquel que puede ser definido como la representación de la posible evolución de un sistema hacia un estado futuro, mostrando la hipotética situación de cada parámetro constitutivo de un sistema para cada periodo de un determinado horizonte de planificación [15]. En el contexto de problemas estocásticos, muchos estudios como los realizados por Noruega y Estados Unidos [16], [17], e Iran y Malasia [18], aplicaron la aproximación promedio por muestreo para manejar los escenarios resolviendo el problema repetidamente con pequeños conjuntos de escenarios.

Investigaciones colombianas [12] proponen tres escenarios posibles: bajo, medio, alto; basados en las proyecciones de demanda de los próximos años, con un incremento y disminución del 20% de la demanda actual del producto de la cadena de suministro en estudio. De la misma manera, las universidades koreanas [19] plantearon la generación de tres escenarios, que surgen de la suposición de que las demandas están por encima del promedio, igual al promedio o por debajo del promedio; asumiendo numéricamente los escenarios “por encima del promedio” y “por debajo del promedio” como +20% y -20% de los valores promedio, respectivamente.

En este sentido, algunos teóricos estadounidenses [14] utilizan la metodología propuesta por Korea [19], con la salvedad que los valores numéricos de los escenarios «above average» y «below average», se asocian con los límites superior e inferior de intervalo de confianza de la variable estocástica.

El remanente de este documento se estructura como sigue. En la sección 2 se presenta la formulación del problema en estudio. En la sección 3 se presentan las características de la empresa. En la sección 4 se detallan los resultados experimentales. Finalmente, las conclusiones del modelo, el estudio de caso y las líneas de trabajo futuro se resumen en la sección 5.

II. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

A. *Descripción del Problema*

El problema considerado en esta investigación, es un problema planificación de la producción; el cual tiene como objetivo minimizar los costos totales del sistema producción. La empresa en estudio dedicada a la elaboración de productos químicos de aseo y desinfección, trabaja bajo una estrategia de ajuste, acomodando la contratación y despido del personal dependiendo a la variación del índice de producción; aplicando metodologías de producción bajo pedido, por lo cual se responde únicamente a pedidos en la demanda, con un tiempo de respuestas demorado. Dentro del portafolio de productos, esta cuenta con 6 familias de productos.

B. *Suposiciones*

Las características y suposiciones básicas aplicadas en el modelo propuesto se presentan a continuación:

- Se tiene una política de no laborar horas nocturnas, horas extras nocturnas y días dominicales, ningún trabajador puede superar 12 horas extras por semanas.
- La empresa labora 6 días a la semana, un turno de 8 horas, comenzando la jornada laboral a las 8:00 a.m. hasta las 12:00 m. y vuelve a retomar a las 2:00 p.m. hasta las 6:00 p.m.
- La capacidad de producción en horas regulares, extras se mantiene constante a lo largo del horizonte de planeación.
- No se puede trabajar en horas extras más del 10% de la jornada regular.
- La cantidad de días laborados para los periodos de planificación, se presentan en la [Tabla 1](#).

TABLA 1. DÍAS LABORADOS EN LOS PERIODOS DE LA PLANIFICACIÓN.

Meses	Días laborados
Enero	24
Febrero	27
Marzo	24
Abril	24
Mayo	25
Junio	25
Julio	24
Agosto	24
Septiembre	25
Octubre	26
Noviembre	26
Diciembre	23

Fuente: Autores.

- Los costos de producción son conocidos, se comportarán de manera constante a lo largo del horizonte de planeación.
- La organización solo permitirá un máximo de contratación y despido de 10 empleados.
- La empresa maneja una política la cual tiene como límite máximo de productos subcontratados por periodo de 910 unidades.
- La probabilidad de cada escenario es conocida, y es la misma para cada escenario.
- Se supone que la cantidad de horas estándar por unidad de la familia es igual las horas de trabajo por unidad, como lo muestra la [Tabla 2](#).

TABLA 2. CANTIDAD DE HORAS ESTÁNDAR POR UNIDAD DE LA FAMILIA

Familia	Tiempo (Horas)
Desinfectante para ropa	0.65
Cloro blanqueador	0.71
Suavizante para ropa	0.9
Jabón líquido industrial	0.8
Jabón para manos	1
Traperos	1.03

Fuente: Autores.

- La demanda de las familias de productos a lo largo de los periodos de planeación tiene un comportamiento estocástico.

B. Notaciones de modelo

1) Conjuntos

$i \in I$: Conjunto de periodo planificado ($i = 1, 2, \dots, I$).

$j \in J$: Conjunto de familia de productos ($j = 1, 2, \dots, J$).

$e \in E$: Conjunto de escenario de planificación ($e = 1, 2, \dots, E$).

2) Parámetros

- D_{jie} : Demanda de las familias de producto prevista en el periodo, para cada escenario.
 CDL_i : Cantidad de días laborables en el periodo i .
 CMB : Capacidad máxima de la bodega de producto terminado.
 CME : Capacidad máxima de Empleados
 PHE : Política limite horas extras.
 PCE : Política límite de contrataciones por periodo.
 PDE : Política límite de despidos por periodo
 PUS : Política limite unidades subcontratadas por periodo.
 $CostHR$: Costo de hora regular.
 $CostHE$: Costo de hora extra.
 $CostUS$: Costo por unidad subcontratada.
 $CostC$: Costo de contratar un empleado.
 $CostD$: Costo de despido de un empleado
 $CostUI$: Costo de unidad en inventario.
 $CHEED$: Cantidad de horas estándar por empleado día.
 $CHTEU_j$: Cantidad Horas de trabajo (estándar por unidad de la familia)
 φ_e $0 < \varphi_e < 1$, Probabilidad que tenga lugar el escenario e , para $e \in E$ debe ser: $\sum_{e \in E} \varphi_e = 1$

3) Variables de Decisión

- CE_{ie} : Variable entera que determina la cantidad de empleados en los periodos i para cada uno de los escenarios e .
 CHE_{jie} : Variable entera que estipula la cantidad producida en horas extras en cada familia de producto j en los periodos i para cada uno de los escenarios e .
 CUS_{jie} : Cantidad de producción subcontratada en cada familia de producto j en los periodos i para cada uno de los escenarios e .
 CEC_{ie} : Variable entera que representa la cantidad de empleados contratados en los periodos i para cada uno de los escenarios e .
 CED_{ie} : Variable entera que determina la cantidad de empleados despedidos en los periodos i para cada uno de los escenarios e .
 PJR_{jie} : Producción jornada regular en cada familia de producto j en los periodos i para cada uno de los escenarios e .
 NUI_{jie} : Variable entera que representa el número de unidades en inventario de cada familia de producto j en los periodos i para cada uno de los escenarios e .

4) Función objetivo

$$\min \zeta = \sum_{e=1}^3 \varphi_e z_e \quad (1)$$

Donde

$$z_e = \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} CDL_i \times CE_{ie} \times CHEED \times CostHR + \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} CHE_{jie} \times CHTEU_j \times CostHE \\ + \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} CUS_{jie} \times CostUS + \sum_{i \in I} CEC_{ie} \times CostC + \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} CED_{ie} \times CostD + \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} NUI_{jie} \times CostUI$$

5) Restricciones

$$\sum_{j \in J} PJR_{j|e|} = \sum_{j \in J} CDL_i \times CE_{ie} \times CHEED \times \left(\frac{1}{CHTEU} \right), \forall i \in I, e \in E \quad (2)$$

$$PJR_{jie} + CHE_{jie} + CUS_{jie} + NUI_{jie} \geq D_{jie}, \forall j \in J, i \in I, e \in E \quad (3)$$

$$NUI = NUI_{j,i-1,e} + PJR_{jie} + CUS_{jie} - D_{jie}, \forall j \in J, i \in I, e \in E \quad (4)$$

$$\sum_{j \in J} NUI_{jie} \leq CMB, \forall i \in I, e \in E \quad (5)$$

$$\sum_{j \in J} CHE_{jie} \leq \sum_{j \in J} PHE \times PJR_{jie}, \forall i \in I, e \in E \quad (6)$$

$$CE_{i-1,e} + CEC_{ie} - CED_{ie} \leq CME, \forall i \in I, e \in E \quad (7)$$

$$CE_{ie} = CE_{i-1,e} + CEC_{ie} - CED_{ie}, \forall i \in I, e \in E \quad (8)$$

$$CUS_i \leq PUS \quad (9)$$

$$CE_{ie} \geq 0 \quad (10)$$

$$CHE_{jie} \geq 0 \quad (11)$$

$$CUS_{jie} \geq 0 \quad (12)$$

$$CEC_{ie} \geq 0 \quad (13)$$

$$CED_{ie} \geq 0 \quad (14)$$

$$PJR_{jie} \geq 0 \quad (15)$$

El modelo matemático de ruteo vehicular representado por (1), es construido a partir de las diferentes estructuras desarrolladas por Colombia [20], y España [21]; adaptándolos a los requerimientos específicos para el modelado de la planificación de la producción en la empresa en este estudio y busca minimizar los costos de operación.

Es por ello, que (2) representa la producción de jornada regular de los periodos, (3) establece las cantidades producidas en jornada regular, en horas extras, subcontractadas y las unidades en inventario, deben ser mayor o igual a las demandas pronosticadas. Por su parte (4) establece que el número de unidades en inventario debe ser a igual, a la suma de las unidades en inventario del periodo anterior más todas las unidades producidas en jornada regular, horas extras y subcontractadas, menos las unidades demandas.

La ecuación 5 restringe que el número de unidades en inventario no puede superar a la capacidad de la bodega, (6) la establece que la unidad a producir en horas extras no puede superar a la política de producción de unidades para tal fin. Por su parte, (7) y (8) establecen las restricciones de capacidad relacionadas con el límite de empleados que la empresa puede instalar.

La ecuación 9 representa la restricción del número de unidades que se le puede facultar a otra empresa. Por último, el grupo de restricción que van desde (10) a (14) establecen las restricciones de no negatividad.

III. EMPRESA A ESTUDIAR

La empresa en la cual se aplicó el modelo planteado anteriormente se encuentra ubicada en el municipio de Morroa (departamento de Sucre en Colombia). Se dedica a la producción y distribución de productos de limpieza y desinfección; principalmente seis familias de productos. Dentro los que se puede encontrar: desinfectante para ropa, Cloro blanqueador, Suavizante para ropa, Jabón líquido industrial multiuso, Jabón para manos y Traperos.

La demanda de las familias de productos, resulta ser variado como; esto debido a las condiciones del mercado, competidores y demás. En la Fig. 1 se puede apreciar las variaciones que hubo en años anteriores en la demanda de las familias antes mencionadas, donde se puede observar que los datos la variabilidad que existe en cada una de estas familias.

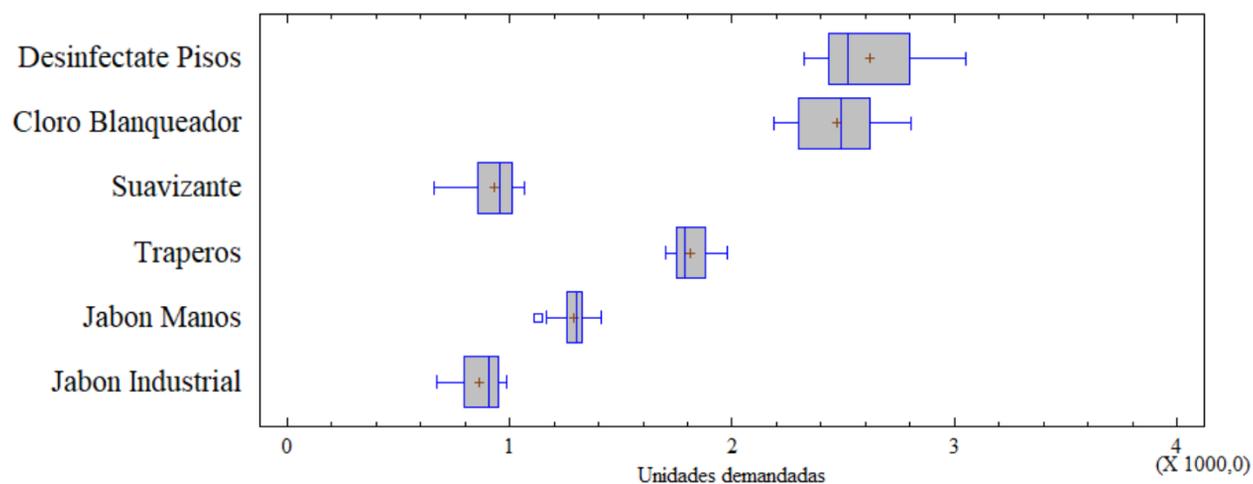


Fig. 1. Demandas de las familias de productos.
 Fuente: Autores.

Por otra parte, la Tabla 3 muestra una serie de datos operativos de la empresa. Además, la bodega de la empresa tiene una capacidad para albergar aproximadamente a 13 500 unidades de familias de productos.

TABLA 3. DATOS OPERACIONALES.

Costo de contratación.	\$1 209 910
Costos de despido	\$1 388 095
Costo por unidad en inventario	\$212
Costo hora de regular	\$3 255
Costo de hora extra	\$4 169
Costo de unidad subcontratada	\$6 000
Límite de horas extras mensuales	10% de la jornada regular

Fuente: Autores.

Como inventario final de las familias de productos se tienen: 398 unidades de desinfectante para ropa, 767 unidades de Cloro blanqueador, 13 Suavizante para ropa, no se tienen unidades de Jabón líquido industrial multiuso, 74 unidades de Jabón para manos y no se reportan unidades de la familia de Traperos.

El problema en estudio contempla que la demanda es un parámetro aleatorio independiente. Cada familia de producto j , en cada periodo i tiene un comportamiento para este parámetro de manera diferente. Los escenarios e para la demanda D_{jie} , son generados siguiendo la metodología propuesta por Korea [19].

Donde el número de escenarios que se propone surge debido a las variaciones en la demanda en los últimos tres años, tomando como base lo expuesto por la dirección administrativa de la empresa, de acuerdo con las siguientes consideraciones: por encima del promedio (above average), igual al promedio (average), y por debajo del promedio (below average). Es así, tres escenarios son planteados para el análisis de la demanda de las familias de productos para los diferentes periodos.

Numéricamente los escenarios «above average» y «below average», son relacionados con los límites inferior superior e inferior del intervalo de confianza del promedio de la demanda pronostica para el siguiente año. Para la estimación del pronóstico de las demandas en cada periodo para cada una de las familias de productos, se utilizó el módulo de pronósticos incluido en el software Statgraphics® Centurión XVI. Teniendo como criterio de selección el modelo con el menor Porcentaje del Error Medio Absoluto (MAPE).

Este procedimiento pronostica futuros valores par las diferentes familias de producto. La [Tabla 4](#) muestra los valores de los pronósticos para las familias de productos que produce la empresa en este estudio, al igual que los límites superior e inferior con nivel de confianza del 95%; que para este estudio representan los valores de los escenarios para el modelado de la incertidumbre asociada a la demanda. Para el caso de la familia de desinfectante de pisos, se ha seleccionado el Modelo de un Promedio Móvil Autorregresivo Integrado – ARIMA (2, 2, 2).

TABLA 4. PRONÓSTICO FAMILIA DE PRODUCTOS.

Periodo	Desinfectante de pisos			Cloro Blanqueador			Suavizantes			Traperos			Jabones de Mano			Jabón industrial		
	Pronóstico	Límite en 95%		Pronóstico	Límite en 95%		Pronóstico	Límite en 95%		Pronóstico	Límite en 95%		Pronóstico	Límite en 95%		Pronóstico	Límite en 95%	
		Inf.	Sup.		Inf.	Sup.		Inf.	Sup.		Inf.	Sup.		Inf.	Sup.		Inf.	Sup.
Ene	3063	2783	3343	2819	2694	2944	794	636	952	1925	1819	2030	1251	1122	1380	747	628	865
Feb	3074	2725	3423	2834	2672	2996	795	611	980	1931	1825	2037	1302	1163	1441	728	592	863
Mar	3086	2707	3465	2849	2655	3042	795	600	991	1937	1830	2044	1d300	1161	1440	744	603	884
Abr	3099	2664	3534	2863	2643	3084	795	590	1001	1943	1835	2051	1282	1142	1422	730	577	884
May	3111	2635	3586	2878	2634	3123	795	580	1010	1949	1841	2058	1273	1133	1412	742	583	901
Jun	3123	2615	3632	2894	2626	3161	795	571	1019	1956	1846	2065	1274	1133	1414	732	563	901
Jul	3136	2591	3680	2909	2621	3197	795	563	1028	1962	1851	2073	1277	1136	1419	740	565	915
Ago	3148	2572	3724	2924	2616	3231	795	554	1036	1968	1856	2080	1279	1137	1421	733	549	917
Sep	3160	2555	3766	2939	2613	3265	795	546	1045	1974	1861	2087	1279	1137	1421	739	549	929
Oct	3172	2538	3807	2955	2611	3299	795	538	1053	1980	1866	2095	1278	1136	1420	734	537	931
Nov	3185	2524	3846	2970	2609	3331	795	530	1060	1987	1871	2102	1278	1135	1420	738	535	941
Dic	3197	2510	3884	2986	2608	3363	795	523	1068	1993	1875	2110	1278	1135	1421	735	525	945

Fuente: Autores.

Para la familia de Cloro Blanqueador el modelo con el mejor ajuste fue el modelo ARIMA (2, 0, 1). Así mismo, en la familia de Suavizantes el modelo con el mejor ajuste corresponde a un modelo ARIMA (0, 1, 2). Para el caso del pronóstico de las demandas de la familia de productos de Traperos, el modelo que presento mejor ajuste fue el de Suavización exponencial de Holt con alfa = 0.1046 y beta = 0.0628. Por su parte, para la familia de Jabones de manos el modelo de mayor ajuste fue un ARIMA (2, 1, 2). Por último, el modelo de mayor ajuste para la familia de Jabón industrial fue un ARIMA (1,1,2).

Igual a como lo plantea Korea [19] y Estados Unidos [14], en esta investigación se determinado que cada uno de los tres escenarios e , tienen igual probabilidad de ocurrencia $\varphi = 1/3$ para $e = 1, 2, 3$.

IV. RESULTADOS

En esta investigación el modelo propuesto para la planeación agregada de la producción, bajo condiciones de incertidumbre fue desarrollado en un sistema de modelado para la programación matemática y optimización denominado GAMS, el cual utiliza el solver Cplex. El equipo computacional utilizado en la implementación y ejecución del programa, fue un ASUS X555L, con un procesador Core i5-5200U de 2.3 Ghz, 8 GB de RAM y un sistema operativo Windows 10 de 64 bits.

El modelo en estudio para la planificación de la producción agregada de una empresa dedicada a la elaboración y distribución de productos químicos para el aseo, considerando 6 familias de estos productos, genera un modelo con 1 039 variables simples y 309 variables discretas (Fig. 2) y unos costos totales esperados de trescientos sesenta y cinco millones cuatrocientos noventa y cinco mil seiscientos treinta y tres pesos (\$365 495 633). En la Tabla 5 se resumen los resultados obtenidos al aplicar al caso en estudio el procedimiento de optimización de la planificación agregada de la producción, bajo condiciones de incertidumbre.

MODEL STATISTICS			
BLOCKS OF EQUATIONS	13	SINGLE EQUATIONS	940
BLOCKS OF VARIABLES	9	SINGLE VARIABLES	1,039
NON ZERO ELEMENTS	4,423	DISCRETE VARIABLES	309

Fig. 2. Numero variables y ecuaciones del modelo.
 Fuente: Autores.

TABLA 5. DATOS OPERACIONALES.

Costo total esperado (Solución óptima)	\$365 495 633
Mejor solución posible	\$363 076 488
Costos totales Escenario alto	\$407 616 000
Costos totales Escenario medio	\$366 687 600
Costos totales Escenario bajo	\$322 293 000
GAP Absoluto	\$2 419 144
GAP Relativo	0.006663
Tiempo computacional	0.032 segundos

Fuente: Autores.

En la Tabla 6 se muestra el manejo de empleados encontrado con el modelo, con el fin de minimizar costos y alcanzar la demanda en cada periodo y escenario del horizonte de planificación, para cada una de las familias de productos.

TABLA 6. MANEJO DE EMPLEADOS.

Periodo	Cantidad de empleados			N° de empleados contratados			N° de empleados despedidos		
	A	M	B	A	M	B	A	M	B
p1	8	8	7	0	0	0	0	0	0
p2	8	8	7	0	0	0	0	0	0
p3	8	7	7	0	0	0	0	1	0
p4	8	7	7	0	0	0	0	0	0
p5	8	7	6	0	0	0	0	0	1
p6	8	7	6	0	0	0	0	0	0
p7	8	7	6	0	0	0	0	0	0
p8	8	7	6	0	0	0	0	0	0
p9	8	7	6	0	0	0	0	0	0
p10	8	7	6	0	0	0	0	0	0
p11	8	7	6	0	0	0	0	0	0
p12	8	7	6	0	0	0	0	0	0

Fuente: Autores.

Las cantidades de producción regular para cada una de las familias de productos de la empresa en estudio, teniendo en cuenta los escenarios planteados para el horizonte de planificación se encuentran discriminado en la [Tabla 7](#).

TABLA 7. PRODUCCIÓN REGULAR.

Periodo	Desinfectante de pisos			Cloro Blanqueador			Suavizantes			Traperos			Jabones de Mano			Jabón industrial		
	A	M	B	A	M	B	A	M	B	A	M	B	A	M	B	A	M	B
p1	3044	2864	2584	3153	2422	2311	846	788	630	1930	1825	2546	1343	1214	1085	865	2068	628
p2	3224	2875	2626	2358	2626	2480	877	792	608	4034	4935	1462	1323	1284	1145	763	67	2686
p3	4608	2936	2657	2673	2653	2559	889	793	598	895	435	1648	1331	2551	1152	784	414	1168
p4	3903	2974	2639	2850	2715	2595	900	794	589	1427	1092	1744	1317	647	2215	784	1560	0
p5	3974	2999	2523	2956	2811	2610	910	795	580	1696	1474	1796	1310	956	603	801	1157	624
p6	3752	3017	2509	3027	2782	2514	919	795	571	1834	1668	1823	1313	1115	1318	801	813	0
p7	2320	3033	2588	3080	2803	2615	928	695	463	2719	1768	1740	1318	1098	767	815	386	213
p8	3442	3146	2470	3123	2821	2558	936	695	554	1542	1821	1850	1321	1268	953	817	31	0
p9	3623	3159	2454	3161	2938	2612	945	695	546	1768	1951	1858	1321	1322	1045	829	126	220
p10	3189	3172	2609	3197	2954	2610	1765	695	538	1885	1968	1865	1245	1250	1090	831	559	372
p11	3487	3185	2438	3230	2970	2547	54	795	530	3180	1981	1870	1320	1017	1246	841	650	453
p12	3655	3097	2367	3262	2886	2131	765	695	423	866	1890	1775	1321	216	956	845	591	384

Fuente: Autores.

De igual forma, la [Tabla 8](#) presenta la producción en horas extras para cada una de las familias de productos de la empresa en estudio, teniendo en cuenta los escenarios planteados para el horizonte de planificación. Las unidades en inventario de las familias de productos de la empresa en estudio se presentan en la [Tabla 9](#).

TABLA 8. PRODUCCIÓN HORAS EXTRAS.

Periodo	Desinfectante de pisos			Cloro Blanqueador			Suavizantes			Traperos			Jabones de Mano			Jabón industrial		
	A	M	B	A	M	B	A	M	B	A	M	B	A	M	B	A	M	B
p1	100	0	0	100	14	0	100	0	0	100	100	0	0	0	0	0	0	0
p2	100	100	0	100	16	0	100	0	0	100	0	0	100	0	0	100	0	0
p3	100	100	0	100	100	0	100	0	0	100	0	0	100	0	0	100	0	0
p4	100	100	0	100	100	0	100	0	0	100	100	0	100	0	0	100	0	0
p5	100	100	100	100	43	0	100	0	0	100	100	0	100	0	0	100	0	0
p6	100	100	100	100	100	100	100	0	0	100	100	0	100	0	0	100	0	0
p7	100	100	0	100	100	0	100	100	100	100	100	100	100	100	0	100	100	0
p8	100	0	100	100	100	55	100	100	0	100	100	0	100	0	0	100	0	0
p9	100	0	100	100	0	0	100	100	0	100	0	0	100	0	0	100	0	0
p10	100	0	100	100	0	0	100	100	0	100	0	0	100	0	0	100	0	0
p11	100	0	0	100	0	62	100	0	0	100	0	0	100	100	0	100	0	0
p12	100	100	100	100	100	0	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

Fuente: Autores.

TABLA 9. UNIDADES EN INVENTARIO.

Periodo	Desinfectante de pisos			Cloro Blanqueador			Suavizantes			Traperos			Jabones de Mano			Jabón industrial		
	Alto	Medio	Bajo	Alto	Medio	Bajo	Alto	Medio	Bajo	Alto	Medio	Bajo	Alto	Medio	Bajo	Alto	Medio	Bajo
p1	199	199	199	1076	384	384	7	7	7	0	0	727	37	37	37	0	1321	0
p2	100	100	100	538	192	192	3	3	3	2097	3004	363	19	19	19	0	661	2094
p3	1342	50	50	269	96	96	2	2	2	1049	1502	182	9	1270	9	0	330	2659
p4	1811	25	25	134	48	48	1	1	1	524	751	91	5	635	1083	0	1161	2082
p5	2299	12	12	67	24	24	0	0	0	262	375	45	2	317	553	0	1576	2123
p6	2520	6	6	34	12	12	0	0	0	131	188	23	1	159	738	0	1657	1560
p7	1260	3	3	17	6	6	0	0	0	877	94	11	1	79	369	0	1403	1207
p8	1078	2	2	8	3	3	0	0	0	438	47	6	0	68	184	0	702	658
p9	1035	1	1	4	1	2	0	0	0	219	23	3	0	112	92	0	351	329
p10	518	0	172	2	1	1	812	0	0	110	12	1	0	584	46	0	175	165
p11	259	0	86	1	0	0	406	0	0	1287	6	1	0	923	158	0	88	82
p12	129	0	43	1	0	0	203	0	0	644	3	0	0	462	79	0	44	41

Fuente: Autores.

Por último, se presentan en la [Tabla 10](#) las unidades subcontratas para las familias de Cloro blanqueador, suavizantes, traperos, jabones de mano y jabón industrial de la empresa en estudio, teniendo en cuenta los escenarios planteados; donde se puede apreciar que existe la necesidad de subcontratar producción para dichas familias en los últimos 4 periodos del horizonte de planeación.

TABLA 10. PRODUCCIÓN SUBCONTRATADA.

Familia de productos	Escenario	Periodo			
		9	10	11	12
Cloro blanqueador	Alto	0	75	0	0
	Medio	0	500	0	0
	Bajo	0	0	0	0
Suavizantes	Alto	0	0	500	0
	Medio	0	0	0	0
	Bajo	0	0	0	0
Traperos	Alto	0	0	0	0
	Medio	0	0	500	0
	Bajo	0	0	0	0
Jabones de Mano	Alto	0	0	0	500
	Medio	0	0	0	500
	Bajo	0	0	0	477
Jabón industrial	Alto	0	0	0	0
	Medio	262	0	0	0
	Bajo	0	0	0	0

Fuente: Autores.

V. CONCLUSIONES

El problema se modela como un problema planeación agregada de la producción bajo condiciones de incertidumbre, clasificado como un problema de programación lineal mixta mixta no polinomial (NP – Hard). Se presenta una formulación matemática para tal modelo; además, se codificó en GAMS, quien utiliza un algoritmo exacto de ramificación y corte obteniendo buenos resultados en circunstancias óptimas y tiempos computacionales bajos.

En este estudio se propone un novedoso modelo de toma de decisiones estocástico y lineal entero mixto para un problema de planeación agregada, que considera múltiples objetivos como los ingresos totales, los costos totales de producción, los costos totales de los cambios en el mano de obra, etc., sujetos a las restricciones de los inventarios, los pedidos pendientes, la subcontratación, el nivel de la mano de obra, etc., donde la demanda prevista actúa como la principal fuente de incertidumbre. Las técnicas de pronósticos incluido en el software Statgraphics® Centurión XVI, tales como Promedio Móvil Autorregresivo Integrado (ARIMA) y Suavización exponencial de Holt resultaron apropiadas para las demandas de las familias de los productos.

El modelo matemático desarrollado, proporciona las herramientas necesarias para tomar decisiones respecto a que familias de productos, cómo fabricarlos, con base en la demanda y sus variaciones, la capacidad de las máquinas y los faltantes o el inventario de productos terminados y cantidades de los productos, con el propósito de generar los requerimientos de las materias primas e insumos.

Todos estos resultados se obtuvieron con ayuda del Solver CPLEX integrado en GAMS, en tiempo computacionales razonables. Encontrando una solución entera al problema planteado. Con una tolerancia de optimalidad relativa del 10% (optcr = 0.1) y un gap relativo igual a 0.0066.

Como futuras líneas de estudio se puede analizar el rendimiento del modelo basado en escenarios en comparación con algunas estrategias de planificación estándar, como el mantenimiento de diferentes niveles de stock de seguridad, cambiar las capacidades de producción utilizadas, etc.

REFERENCIAS

- [1] E. Demirel, E. C. Özelkan & C. Lim, "Aggregate planning with Flexibility Requirements Profile," *Int J Prod Econ*, vol. 202, pp. 45–58, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2018.05.001>
- [2] T. De Kok & K. Inderfurth, "Nervousness in inventory management: comparison of basic control rules," *Eur J Oper Res*, vol. 103, no. 1, pp. 55–82, 1997. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(96\)00255-X](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(96)00255-X)
- [3] N. Tuomikangas & R. Kaipia, "A coordination framework for sales and operations planning (S&OP): Synthesis from the literature," *Int J Prod Econ*, vol. 154, pp. 243–262, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.04.026>
- [4] H.-M. Cho & I.-J. Jeong, "A two-level method of production planning and scheduling for bi-objective reentrant hybrid flow shops," *Comput Ind Eng*, vol. 106, pp. 174–181, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.02.010>
- [5] C.-C. Fang, M.-H. Lai & Y.-S. Huang, "Production planning of new and remanufacturing products in hybrid production systems," *Comput Ind Eng*, vol. 108, pp. 88–99, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.04.015>
- [6] S. A. Abass, M. A. Gomaa, G. A. Elsharawy & M. S. Elsaid, "Generalized production planning problem under interval uncertainty," *Egypt Informatics J*, vol. 11, no. 1, pp. 27–31, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.eij.2010.06.004>
- [7] A. Jamalnia, J.-B. Yang, D.-L. Xu, A. Feili & G. Jamali, "Evaluating the performance of aggregate production planning strategies under uncertainty in soft drink industry," *J Manuf Syst*, vol. 50, pp. 146–162, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2018.12.009>
- [8] S. A. Abass, M. A. Gomaa, G. A. Elsharawy & M. S. Elsaid, "Generalized production planning problem under interval uncertainty," *Egypt Informatics J*, vol. 11, no. 1, pp. 27–31, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.eij.2010.06.004>
- [9] S. P. Sethi, H. Yan, H. Zhang & Q. Zhang, "Optimal and hierarchical controls in dynamic stochastic manufacturing systems: A survey," *Manuf Serv Oper Manag*, vol. 4, no. 2, pp. 133–170, 2002. <https://doi.org/10.1287/msom.4.2.133.281>
- [10] L. Jia & Y. Sheng, "Stability in distribution for uncertain delay differential equation," *Appl Math Comput*, vol. 343, pp. 49–56, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2018.09.037>
- [11] J. R. Galbraith. *Designing organizations: An executive briefing on strategy, structure, and process*. SF, CA, USA: Jossey-Bass, 1995.
- [12] É. Gutiérrez, Á. I. Cadena, J. Montoya & F. Palacios, "Metodología de optimización para la toma de decisiones en la red de suministro de biodiesel en Colombia," *Cuad Adm*, vol. 24, no. 43, pp. 59–87, . Disponible en https://revistas.javeriana.edu.co/index.php/cuadernos_admon/article/view/2601
- [13] F. S. J. De Carvalho, "Programación estocástica. Aplicación a la gestión de activos y pasivos," *Tesis doctoral*, UCM, MAD, ES, 2018. Disponible en <https://eprints.ucm.es/id/eprint/46219/1/T39542.pdf>
- [14] J. W. Escobar, "Rediseño de una red de distribución con variabilidad de demanda usando la metodología de escenarios," *Rev Fac Ing*, vol. 21, no. 32, pp. 9–19, 2013. Disponible en <https://revistas.uptc.edu.co/index.php/ingenieria/article/view/1439>

- [15] F. C. Lario, A. Rodríguez, J. P. García & L. F. Escudero, “Análisis y definición de Escenarios en programación estocástica para la Gestión de la Cadena de Suministros, en el sector del automóvil.,” presentado al *IV CIO*, SEV, ES, ETSI, 2001. Recuperado de <http://hdl.handle.net/11441/46654>
- [16] P. Schütz, A. Tomasgard & S. Ahmed, “Supply chain design under uncertainty using sample average approximation and dual decomposition,” *Eur J Oper Res*, vol. 199, no. 2, pp. 409–419, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.11.040>
- [17] T. Santoso, S. Ahmed, M. Goetschalckx & A. Shapiro, “A stochastic programming approach for supply chain network design under uncertainty,” *Eur J Oper Res*, vol. 167, no. 1, pp. 96–115, 2005. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.01.046>
- [18] H. M. Bidhandi & R. M. Yusuff, “Integrated supply chain planning under uncertainty using an improved stochastic approach,” *Appl Math Model*, vol. 35, no. 6, pp. 2618–2630, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2010.11.042>
- [19] J. Kim, Y. Lee & I. Moon, “Optimization of a hydrogen supply chain under demand uncertainty,” *Int J Hydrogen Energy*, vol. 33, no. 18, pp. 4715–4729, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2008.06.007>
- [20] M. D. Arango, C. Vergara & H. Gaviria, “Modelización difusa para la planificación agregada de la producción en ambientes de incertidumbre,” *DYNA*, vol. 77, no. 162, pp. 397–409, 2010. Disponible en <https://revistas.unal.edu.co/index.php/dyna/article/view/15910>
- [21] A. Ramos, A. Alonso-Ayuso & G. Pérez. *Optimización bajo incertidumbre*. MAD, ES: UPCO, 2011.

Gean Pablo Mendoza Ortega. Corporación Universitaria del Caribe-CECAR (Sincelejo, Colombia). <https://orcid.org/0000-0002-4601-6185>

Cesar José Vergara Rodríguez. Corporación Universitaria del Caribe-CECAR (Sincelejo, Colombia). <https://orcid.org/0000-0001-8330-316X>

Oscar Eduardo Domínguez Arrieta. Corporación Universitaria del Caribe-CECAR (Sincelejo, Colombia). <https://orcid.org/0000-0002-7647-9076>

Luz Mary Domínguez Canchila. Corporación Universitaria del Caribe-CECAR (Sincelejo, Colombia). <https://orcid.org/0000-0001-8071-414X>