

---

Estructuración de un Portafolio Eficiente del Mercado de Renta Variable de la Bolsa de  
Valores de Colombia periodo 2016 junio 2017

Galván Jaraba Zurangye Paola  
Vergara Arroyo Andrés Felipe  
Orozco Santos Angi Catalina  
Gonzalez Morales Lisette Del Carmen  
Rodriguez Yicelis Sofia

Corporación Universitaria del Caribe - CECAR  
Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas  
Programa de Administración de Empresas  
Diplomado en Mercado de Capitales  
Sincelejo Sucre  
2018

---

Estructuración de un Portafolio Eficiente del Mercado de Renta Variable de la Bolsa de  
Valores de Colombia periodo 2016 junio 2017

Galván Jaraba Zurangye Paola  
Vergara Arroyo Andrés Felipe  
Orozco Santos Angi Catalina  
Gonzalez Morales Lisette Del Carmen  
Rodriguez Yicelis Sofia

Trabajo de grado como requisito para optar al título de Administrador de Empresas

Asesor

Carlos Augusto Gómez Pérez

Magister en Negocios Internacionales e Integración, con énfasis en Finanzas Avanzadas

Corporación Universitaria del Caribe - CECAR  
Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas  
Programa de Administración de Empresas  
Diplomado en Mercado de Capitales  
Sincelejo Sucre  
2018

**Nota de Aceptación**

← TRABAJO APROBADO

NOTA: Cuatro punto siete

(4.7)      \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



Director

\_\_\_\_\_

Evaluador 1

\_\_\_\_\_

Evaluador 2

Sincelejo, Sucre, mayo 18 de 2018

## Tabla de Contenido

Introducción.....	10
1. Objetivos .....	12
1.1. Objetivo General.....	12
1.2. Objetivos Específicos.....	12
2. Metodología.....	13
2.1. Tipo de Estudio.....	13
2.2. Proceso Metodológico para realizar la Investigación .....	13
2.3. Población.....	14
2.4. Muestra.....	14
3. Marco referencial.....	15
Modelo de Harry Markowitz.....	15
4. Reseña histórica de las empresas.....	19
4.1. Preferencial Avianca Holdings.....	19
4.2. ISA Interconexión Eléctrica.....	20
4.3. GRUPO AVAL Acciones y Valores.....	21
4.4. Preferencial Banco Colombia.....	21
4.5. Celsia S.A E.S. P.....	22
4.6. Preferencial Davivienda.....	23
4.7. Canacol Energy LTDA.....	25
4.8. ODINSA.....	26
5. Aplicación de Métodos Estadísticos a la Estructuración de Portafolio .....	27
5.1. Cálculo de la Rentabilidad Individual de las Acciones.....	27
5.1.1 Calculo del Riesgo Individual de las Acciones.....	28
5.1.2 Cálculo del Riesgo del Portafolio .....	29
5.1.3 Calculo de la Matriz de Covarianza .....	29
5.2. Portafolios Eficientes .....	33
5.3. Portafolio Eficiente con diferentes Niveles de Riesgo.....	36
6. Conclusiones.....	40

---

7. Recomendaciones .....	41
Referencias Bibliográficas.....	42

### Lista de tablas

Tabla 1 Comportamiento Bursátil PFAVH – 2017.....	20
Tabla 2 <i>Comportamiento Bursátil ISA- 2017</i> .....	20
Tabla 3 <i>Comportamiento Bursátil Grupo Aval - 2017</i> .....	21
Tabla 4 <i>Comportamiento Bursátil PFBANCOLOMBIA – 2017</i> .....	22
Tabla 5 <i>Comportamiento Bursátil CELSIA - 2017</i> .....	23
Tabla 6 <i>Comportamiento Bursátil PFDAVIVIENDA - 2017</i> .....	25
Tabla 7 <i>Comportamiento Bursátil CNEC - 2017</i> .....	26
Tabla 8 <i>Rendimientos esperados.</i> .....	27
Tabla 9 Rendimientos esperados de las acciones .....	28
Tabla 10 Riesgo individual de las acciones.....	29
Tabla 11 Matriz de covarianza.....	30
Tabla 12 Matriz riqueza. ....	30
Tabla 13 <i>Calculo matricial</i> .....	31
Tabla 14 <i>Matriz de Markowitz</i> .....	31
Tabla 15. <i>Riesgo del portafolio de partes iguales.</i> .....	31
Tabla 16 <i>Rendimientos esperados de las acciones.</i> .....	32
Tabla 17 <i>Matriz de riqueza</i> .....	32
Tabla 18 <i>Rendimiento del portafolio</i> .....	32
Tabla 19 <i>Matriz de correlación.</i> .....	33
Tabla 20 <i>Proporciones que minimizan el riesgo.</i> .....	34
Tabla 20 <i>Matriz de covarianza.</i> .....	34
Tabla 21 matriz de Markowitz (mínima varianza) .....	35
Tabla 22 <i>Varianza mínima y riesgo mínimo del portafolio</i> .....	35
Tabla 23 <i>Rentabilidad mínima del portafolio</i> .....	35
Tabla 24 <i>Rendimientos mínimos por acciones.</i> .....	36
Tabla 25 <i>Proporciones que minimizan el riesgo.</i> .....	36
Tabla 26 <i>Proporciones (riesgo 1.0%)</i> .....	36

---

Tabla 27 <i>Matriz de Markowitz (riesgo 1.0%)</i> .....	37
Tabla 28 <i>Rentabilidad y riesgo 1.0%</i> .....	37
Tabla 29 <i>Proporciones (riesgo 2.0%)</i> .....	37
Tabla 30 <i>Matriz de Markowitz (riesgo 2.0%)</i> .....	38
Tabla 31 <i>Rentabilidad y riesgo 2.0%</i> .....	38
Tabla 32 <i>Proporciones (riesgo 2.5%)</i> .....	38
Tabla 33 <i>Matriz de Markowitz (riesgo 2.5%)</i> .....	39
Tabla 34 <i>Rentabilidad y riesgo 2.5%</i> .....	39

## Resumen

El mercado de valores brinda una diversidad de activos con un sin número de combinaciones de riesgos y de rendimientos que en la actualidad las empresas utilizan, con el afán de adquirir beneficios o dividendos y de tal forma favorecer el aumento del capital de la empresa, la operación no llevada correctamente, puede ocasionar fallas en liquidez y pérdidas; la estructuración de portafolios es una herramienta importante en la toma de decisiones, es el área de desenvolvimiento de los profesionales en el área económica y administrativa, contribuye a la generación de valor agregado al entorno en el cual nos encontramos, debido a la necesidad de crecimiento y desarrollo de la nación, por lo tanto para un gerente es de vital importancia poseer conocimientos de la situación financiera de la empresa, debido que un alto nivel de endeudamiento es beneficioso únicamente cuando la tasa de rendimiento del activo total de la compañía es superior al costo promedio del capital, de este modo la educación financiera permite la inclusión con gran relevancia al mercado financiero en especial por la eficacia del mercado bursátil como mercado prominentemente rentable y herramienta que sustenta la toma de decisiones del gerente financiero en un contexto globalizado que facilita la diversificación de opciones. Adicionalmente los empresarios de la región, cuentan con la presencia de un punto de la Bolsa de Valores Colombiana (BVC),

*Palabras clave:* Portafolio de inversión, Markowitz, crecimiento, direccionamiento.

### **Abstract**

The market offers a variety of assets with a number of combinations of risks and returns that currently companies use, with the aim of acquiring profits or dividends and so favor the increase of capital of the company, such operation, if not perpetrated correctly can result from a failure of liquidity to loss of money; for that reason, structuring investment portfolios becomes a fundamental tool for decision-making, and the importance of financial education in the areas of development of professional economic and administrative sciences, contributing to the generation of value added to the environment in which we find ourselves, because of the need for growth and development of the nation, therefore for a manager is vitally important to have knowledge of the financial situation of the company, due to a high level of debt is beneficial only when the rate of return on total assets of the company is higher than the average cost of capital, thus financial education allows inclusion with great relevance to the financial market especially the effectiveness of the stock market as prominently profitable market tool supports the decision of the CFO in a global context that facilitates the diversification of options. Additionally, employers in the region, have the presence of a point on the Colombian stock exchange (BVC),

*Keywords:* Investment portfolio, Markowitz, growth, addressing.

## Introducción

La práctica financiera en general ha encontrado que el modelo de Markowitz es particularmente útil para la establecer la estructura adecuada de un portafolio en términos de las clases generales de activos, por tal razón su implementación es la más adecuada para el activo de renta variable más transado del sector industrial, sector servicios y sector financiero respectivamente, seleccionados en el mes de diciembre del pasado año (2017) pertenecientes a diversas empresas de los sectores económicos, en el mercado bursátil colombiano.

Hoy las empresas enfrentan diversos cambios en los mercados financieros los cuales son clave para el crecimiento económico y empresarial de los países, por lo cual el análisis que se debe realizar antes de la toma de decisiones debe estar muy bien fundamentado, para afrontar dichos cambios de mercado, logrando invertir eficientemente el dinero, estas variaciones que sufre el mercado implican un grado de incertidumbre y riesgo adjunto, generado por los diferentes acontecimiento económicos que se ostentan en la economía, lo que conlleva a que la toma de decisiones sean mucho más dificultosa, para lo cual los empresarios o inversionistas que son contratados por estos recurren a herramientas y estrategias de pronostico o predicciones, análisis técnicos, modelos matemáticos y el análisis del entorno económico del mismo.

En un contexto Colombiano, resulta de gran interés observar la influencia de un activo nacional, por la situación coyuntural respecto a un portafolio nacional o incluso internacional; en un razonamiento a priori se podría pensar que incluir activos colombianos en un portafolio diversificado internacionalmente lo beneficiaría si la covarianza con otros activos es negativa, especificándonos que una de las razones por la cual la diversificación internacional es un mecanismo para la disminución del riesgo sistemático de cada país, debido a que lo que se pretende es maximizar la rentabilidad asumiendo un margen de riesgo y que a su vez este último tienda a minimizarse, por lo tanto se es posible esto mediante la implementación de una estructuración de portafolio de mínima varianza, planteado por el premio nobel de economía de los años 59 Harry

Markowitz, mediante la aplicación de su modelo, el cual facilita hallar soluciones óptimas con diversos grados de riesgos.

El modelo de Markowitz sustenta un giro a la teoría de portafolios que permite a los empresarios e inversionistas que únicamente centraban su atención a maximizar el nivel de retorno esperado a una diversificación y medida de riesgo que ostenta cada activo, comprobando de tal manera que una mayor diversificación en la cartera facilita a que se reduzca el riesgo para el inversor, por ello, el modelo relaciona operando el riesgo con variables estadísticas que calculan la volatilidad de las rentabilidades de cada activo y aclarando que no es tan solo variar la cartera sino que es también fundamental tener en cuenta los coeficientes de correlación registrados en el historial de rentabilidad.

Sin importar las diferentes alternativas que busque el inversionista con la finalidad de minimizar al máximo el riesgo se mantendrá vigente en cualquier proyecto y es asumido como la eventualidad de adquirir una pérdida financiera por la operación en el mercado bursátil; por tal razón un inversionista siempre indagará en la forma de lograr minimizar el riesgo que implica una inversión, utilizando como estrategia la diversificación, la cual busca ampliar el portafolio, para contrarrestar las pérdidas de una inversión con las ganancias de otra, tratando de equilibrar o compensar de esta forma la rentabilidad general del portafolio, lo cual es posible mediante el modelo de Markowitz englobando la probabilidad de ocurrencia de algún evento que por sus condiciones financieras genera consecuencias negativas, lo que ha llevado de cierta forma a que los inversionistas puedan conocer las correlaciones históricas de la acción o en su caso del activo, otorgando al inversionista poder realizar el análisis de la varianza media, que permite la conformación de portafolios eficientes.

## 1. Objetivos

### 1.1. Objetivo General

Estructurar un portafolio de inversiones diverso con el maximizo de las rentabilidades y diferentes niveles de riesgo asociado a las acciones aplicando el modelo de Harry Markowitz.

### 1.2. Objetivos Específicos

- Describir el criterio de selección de las empresas escogidas en los instrumentos de renta variable para la optimización del portafolio de inversiones entre el 2 de enero hasta el 30 de diciembre 2017 implementando el modelo de Harry Markowitz.
- Estimar la maximización de la rentabilidad de las acciones seleccionadas para la conformación del portafolio de inversión de renta variable de ODINSA, PFAVAL, PFBCOLOM, ISA, CNEC, CELSIA, PFAVH y PFDAVVNDA implementando el modelo de Harry Markowitz.
- Analizar los resultados de la modelación del portafolio de inversiones con diferentes niveles de riesgo asociado de las acciones ODINSA, PFAVAL, PFBCOLOM, ISA, CNEC, CELSIA, PFAVH y PFDAVVNDA del portafolio.

## 2. Metodología

Para la conformación del portafolio de acciones se tomara el histórico generado para las diversas empresas en la bolsa de valores de Colombia, se genera el método de selección de empresas (es decir, como estamos hablando del mercado de capitales y acciones nos referimos a las acciones que representan a las empresas en la Bolsa de Valores de Colombia), posteriormente aplicar el sistema de maximización de rentabilidad implementando como herramienta el modelo Harry Markowitz, el cual nos proporcionara la estructuración de un portafolio con las acciones, realizando los cálculos para el retorno esperado del portafolio y se pretenderá finalmente por presentar el análisis correspondiente del portafolio.

### 2.1. Tipo de Estudio

A este tipo de estudio se aplica una metodología explorativa – descriptiva de carácter cuantitativa-cualitativa, en donde mediante cálculos matemáticos y estadísticos, se busca estructurar portafolios eficientes en renta variable.

### 2.2. Proceso Metodológico para realizar la Investigación

- Se tomará como referencia las acciones del índice bursátil COLCAP, puesto que esta son las de mayor liquidez en mercado de valores colombiano.
- Se analizarán las acciones referenciadas en índice bursátil COLCAP, determinadas por su volumen en 85%, 10% frecuencia y 5% en relación para preseleccionar mediante el análisis fundamental.
- Establecer factores de relevancia como la mayor rentabilidad optando por elegir las 8 acciones con mayor rentabilidad esperada.
- Ajustar la conformación del portafolio mediante el análisis de sensibilidad de volatilidad de las acciones.

- Estimar la maximización de la rentabilidad de las acciones aplicando el modelo de Harry Markowitz que conformaran el portafolio.
- Analizar los resultados obtenidos.
- Conclusiones y recomendaciones del estudio.

### **2.3. Población**

La población son todas aquellas acciones que se tranzan en la BVC del año 2017

### **2.4. Muestra**

Las acciones que se encuentre en el COLCAP y de las cuales se seleccionara las 8 con mayor rentabilidad esperada (ODINSA, PFAVAL, PFBCOLOM, ISA, CNEC, CELSIA, PFAVH y PFDAVVNDA).

### 3. Marco Referencial

#### 3.1. Modelo de Harry Markowitz

El enfoque propuesto por (Harry M. Markowitz, 1952), sobre la conformación de portafolios de inversión, revolucionó el campo de las finanzas, entregando principios, como el de portafolios eficientes, que están presentes en una gran cantidad de modelos de construcción de carteras, conservando de esta forma la esencia de la propuesta inicial.

Un portafolio eficiente, según Markowitz, es aquel que tiene un mínimo riesgo, para un retorno dado o equivalentemente un portafolio con un máximo retorno para un nivel de riesgo dado.

Una de las formas de encontrar este conjunto de portafolios eficientes es a través del siguiente modelo, que sólo considera la minimización de la varianza del portafolio y que corresponde al siguiente esquema de programación no lineal.

$$\text{Min } \sigma_c^2$$

$$s / a$$

$$\sum_{i=1}^N \bar{R}_i x_i = R$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1$$

$$\text{donde } \sigma_c^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij}$$

Una vez que el problema es resuelto con alguna técnica de programación matemática, se logra obtener la proporción de cada activo dentro de la cartera de inversiones y que satisfacen

las restricciones planteadas en el modelo, sin considerar las condiciones de no negatividad para las ponderaciones de los activos. Para este estudio se resuelve el problema por medio de la técnica de Multiplicadores de Lagrange.

El modelo de Markowitz necesita entradas o inputs, los retornos esperados de los activos que integrarán la cartera y la matriz de varianza-covarianza entre los retornos de los activos.

El rendimiento o retorno promedio, es la estimación del retorno esperado y que se expresa como:

$$\bar{R}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{i,t}$$

Donde

$R_{i,t}$  Es el retorno<sup>e</sup> del activo  $i$  al tiempo  $t$ .

$T$ : Es el período o ventana de tiempo sobre la cual se está considerando el rendimiento o retorno promedio.

La matriz de varianza covarianza representa toda la variabilidad y, por ende, el riesgo de los activos financieros. Su estimación precisa es fundamental en la determinación de la cartera eficiente en el modelo de media-varianza, dado que contiene la información acerca de la volatilidad de los activos financieros, así como de los con movimientos entre los mismos.

Una de las críticas al modelo es que no considera la volatilidad de una serie financiera suponiendo que la varianza es constante en el tiempo (homocedasticidad), por el contrario, es muy frecuente la heterocidad, es decir, la varianza tiene cambios sistemáticos en el tiempo.

A pesar del gran avance del modelo Markowitz que supuso considerar el portafolio de inversión como un todo, algunos investigadores han encontrado serios inconvenientes, entre los cuales sobresalen los siguientes:

Michaud (1989) considera que el uso de series de rentabilidades históricas, en la estimación de los parámetros esperados, produce sesgos importantes. Por ello los portafolios eficientes resultantes en el modelo se componen con activos de alta rentabilidad, reducida varianza y baja correlación con otros activos, de lo que resultan portafolios altamente concentrados en unos pocos títulos (baja diversificación y alto riesgo). Sin embargo, esta dificultad se puede solucionar introduciendo restricciones adicionales que limiten el porcentaje máximo de los recursos que van a ser invertidos en cada título (Michaud, 1989; Haugen, 1993). Para correr el modelo se toman datos históricos; es decir, se supone que el mercado se comportará de forma similar como lo hizo en el pasado, asumiendo estabilidad del mercado, lo cual no siempre es cierto.

Generalmente el gestor piensa directamente en ponderaciones de los activos en el portafolio, no en términos de contribución en rentabilidad / riesgo, ni en predecir vectores de retorno y volatilidad esperados, para cada uno de los activos de su universo de elección. A pesar del reconocimiento académico del modelo, se observa escaso impacto en situaciones reales de estructuración de portafolios. Las soluciones obtenidas por el modelo son poco intuitivas y sorprendentemente inestables dependiendo, sobre todo, de las previsiones sobre las rentabilidades esperadas. Pequeños cambios en las rentabilidades esperadas generan modificaciones muy significativas en el portafolio señalado como óptimo.

En cualquier decisión de inversión, el inversionista se encuentra frente a dos objetivos en conflicto: la ambición de una ganancia máxima y el temor que representa asumir el riesgo para alcanzar esa ganancia. Para cada situación particular tendrá que decidir por una combinación “ganancia-riesgo” que represente y satisfaga sus expectativas.

Black & Litterman (1991; 1992) propusieron un modelo para reducir las dificultades presentadas en el modelo de Markowitz, basado en métodos Bayesianos. El interés de los métodos bayesianos radica básicamente en la posibilidad de incorporar conocimiento extra muestral “a priori” en la estimación de los modelos. La importancia de la propuesta de Black-Litterman radica precisamente en la inclusión de elementos subjetivos e intuitivos, como son las expectativas que

---

tiene el inversionista acerca del rendimiento esperado de un activo. Este modelo se conoce como el modelo Black-Litterman (MBL).

## 4. Reseña Histórica de las Empresas

### 4.1. Preferencial Avianca Holdings

La empresa propietaria de las acciones PFAVH, comenzó el largo camino que hoy tiene a Avianca como una aerolínea de vanguardia en Latinoamérica el 5 de diciembre de 1919 ese día, en la ciudad de Barranquilla, se constituyó la Sociedad Colombo Alemana de Transporte Aéreo (Scadta). Fue una de las primeras aerolíneas del país, y nació gracias a una sociedad entre alemanes y colombianos.

La Segunda Guerra Mundial forzó a los socios alemanes en Colombia a salir del país, y los accionistas germanos de Scadta prefirieron vender su participación a la empresa estadounidense Pan American.

Ese fue el primer paso para que naciera Avianca. Los nuevos accionistas de Scadta acordaron una fusión con el Servicio Aéreo Colombiano (Saco), una compañía competidora. El producto de la fusión, sellada el 14 de junio de 1940, se llamaba Aerovías Nacionales de Colombia (Avianca). El primer presidente de la nueva compañía fue Martín del Corral.

Bajo la nueva sombrilla, vino un gran periodo de expansión y en 1981, la aerolínea abrió el Terminal Puente Aéreo en Bogotá, desde donde servía vuelos a Miami, Nueva York, Cali, Pasto y Montería. Contar con un terminal privado es algo que ninguna aerolínea colombiana había en la historia, ante este suceso los siguientes años expansión conllevaron a que esta gran compañía incursionara en nuevos mercados como el bursátil y según comunicó la Bolsa de Valores de Colombia, BVC, a partir del 22 de julio del 2013 la acción de la compañía Avianca Holdings cambia su nombre técnico de negociación. A partir de ahora, la empresa dejará de cotizarse como preferencial Avianca Taca Holdings PFAVTA y se encontrará como PFAVH, posteriormente para el 28 de septiembre del 2015 la acción cerró en mínimos históricos al ubicarse en \$1.850 por título,

presentando una caída de 4,15%. Cabe resaltar que entre marzo y abril de 2011, la compañía emitió acciones en la Bolsa de Valores de Colombia. El precio de emisión fue \$5.000 por título.

Tabla 1

*Comportamiento Bursátil PFAVH – 2017*

	Cantidad	Volumen	Precio de cierre	Precio Mayor	Precio Medio	Precio Menor
Promedio	745.016,67	2.116.657.585,90	2.793,93	2.824,67	2.790,11	2.758,07
Máximo	5.211.107,00	14.479.174.435,00	3.740,00	3.790,00	3.741,09	3.695,00
Mínimo	16.501,00	40.927.425,00	2.420,00	2.430,00	2.426,60	2.370,00
Total	90.892.034,00	258.232.225.480,00	340.860,00	344.610,00	340.392,93	336.485,00
Fuente. Datos suministrado por la BVC, 2017						

**4.2. ISA Interconexión Eléctrica**

Matriz del Grupo ISA, es una empresa de servicios públicos mixta vinculada al Ministerio de Minas y Energía cuyo negocio fundamental es la administración, operación y transporte en mercados de energía. ISA es la mayor empresa de transporte de energía en Colombia y la única con cubrimiento nacional, posee 8,935 kilómetros de líneas de transmisión con tensión superior a 110 mil voltios, 46 subestaciones, 10,105 MVA de transformación y 3.285 MVAR de compensación. ISA es actualmente propietaria del 70% del Sistema de Transmisión Nacional - STN.

Tabla 2

*Comportamiento Bursátil ISA- 2017*

	Cantidad	Volumen	Precio Cierre	Precio Mayor	Precio Medio	Precio Menor
Promedio	529.293,46	6.425.192.999,02	11.695,16	11.756,89	11.670,91	11.534,59
Máximo	7.564.317,00	106.134.104.980,00	14.180,00	14.180,00	14.033,95	13.940,00
Mínimo	10.524,00	105.041.360,00	9.930,00	10.000,00	9.952,46	9.890,00
Total	64.573.802,00	783.873.545.880,00	1.426.810,00	1.434.340,00	1.423.850,79	1.407.220,00
Fuente. Datos suministrados por la BVC, 2017						

### 4.3. GRUPO AVAL Acciones y Valores

La misión del Grupo Aval es proporcionar a nuestros clientes soluciones financieras socialmente responsables, seguras, fáciles de acceder, entender y manejar en cualquier lugar y hora que lo requieran, a través de los vehículos legales disponibles en cada uno de los mercados donde operamos; estas soluciones deben ser además rentables para nuestros clientes y para nuestras empresas y de esa manera redundar en generación de valor para nuestros accionistas.

Convertirnos en uno de los tres principales grupos financieros en Hispanoamérica, ofreciendo portafolios de productos y servicios que permitan a nuestros clientes manejar todas sus finanzas con nosotros y de manera integrada y a la vez maximizar el valor de su inversión a nuestros accionistas a partir de la confianza en nuestra solidez y consistente rentabilidad.

Tabla 3  
*Comportamiento Bursátil Grupo Aval - 2017*

	Cantidad	Volumen	Precio Cierre	Precio Mayor	Precio Medio	Precio Menor
Promedio	5.219.762,48	6.207.246.326,68	1.190,94	1.196,80	1.189,94	1.181,39
Máximo	24.136.023,00	27.774.519.980,00	1.255,00	1.255,00	1.254,72	1.245,00
Mínimo	262.275,00	304.289.800,00	1.120,00	1.130,00	1.123,56	1.110,00
Total	636.811.023,00	757.284.051.855,00	145.295,00	146.010,00	145.173,02	144.130,00
Fuente. Datos suministrado por la BVC, 2017						

### 4.4. Preferencial Banco Colombia

Bancolombia es una organización financiera Colombiana, que hace parte del Grupo SURA. Es considerado el banco privado más grande del país, debido al tamaño de sus activos y a su patrimonio. Y es uno de los más grandes de América. En el 2010 contaba con 7.000.000 de clientes, cifras que lo ubicaban como el banco más grande de Colombia. Su sede principal está en Medellín.

Según la bolsa de valores Colombia este grupo de empresarios tienen sus acciones inscrita a la bolsa desde 1981 perteneciente al sector industrial con una capitalización bursátil hasta la fecha de \$25.887.903.718.560

Tabla 4

*Comportamiento Bursátil PFBANCOLOMBIA – 2017*

	Cantidad	Volumen	Precio Cierre	Precio Mayor	Precio Medio	Precio Menor
Promedio	590.095,52	17.387.017.496,56	29.376,72	29.559,34	29.368,65	29.129,84
Máximo	3.080.929,00	99.093.329.300,00	34.280,00	35.000,00	34.499,17	34.220,00
Mínimo	5.473,00	149.660.500,00	26.840,00	27.300,00	26.990,07	26.700,00
Total	71.991.654,00	2.121.216.134.580,00	3.583.960,00	3.606.240,00	3.582.975,13	3.553.840,00
Fuente. Datos suministrado por la BVC, 2017						

**4.5. Celsia S.A E.S. P**

La historia de CELSIA comienza en 1919 con el nacimiento de Coltabaco, empresa que a su vez, en 2001, escindió sus inversiones para dar paso a la creación de compañía Colombiana de Inversiones, Colinversiones. Luego de la creación de Colinversiones, se dio un proceso estratégico de inversiones y desinversiones orientado a focalizar la compañía en el sector eléctrico, en el cual logró, de manera acelerada, convertirse en un jugador relevante y diferenciado en Colombia. El punto final de dicha transformación fue el cambio de nombre a CELSIA, con el fin de empezar una nueva etapa: la del crecimiento y la expansión.

Según la bolsa de valores colombiana esta compañía para el año 2001 realizó su inscripción en el mercado bursátil colombiano.

Tabla 5  
*Comportamiento Bursátil CELSIA - 2017*

	Cantidad	Volumen	Precio Cierre	Precio Mayor	Precio Medio	Precio Menor
Promedio	326.232,77	1.435.933.990,90	4.410,94	4.431,11	4.407,73	4.383,98
Máximo	2.055.063,00	9.038.641.790,00	4.705,00	4.750,00	4.710,33	4.705,00
Mínimo	3.930,00	15.763.500,00	4.010,00	4.010,00	4.004,17	4.000,00
Total	39.800.398,00	175.183.946.890,00	538.135,00	540.595,00	537.743,29	534.845,00
Fuente. Datos suministrado por la BVC 2017						

#### 4.6. Preferencial Davivienda

1972. Se crea la Corporación Colombiana de Ahorro y Vivienda con el nombre Coldeahorro, una oficina principal en Bogotá y 6 oficinas de atención al público en Bogotá, Medellín, Cali y Barranquilla. La empresa inicia operaciones con 23 funcionarios, un capital autorizado de 60 millones de pesos y la “Casita Roja” como símbolo, vigente hasta la fecha.

1973. Coldeahorro cambia su nombre por Corporación Colombiana de Ahorro y Vivienda, Davivienda. Desde entonces la entidad ocupa los primeros lugares en el sector financiero colombiano, innovando con productos y servicios.

1997. Davivienda se convierte en banco comercial con el nombre de Banco Davivienda S.A. Su concepto publicitario empieza a manejarse como “Aquí, lo tiene todo”, conservando la imagen de la Casita Roja. Es una entidad joven, dinámica, eficiente y líder en tecnología. A partir de este momento, el Banco Davivienda se enfoca en su consolidación en el sector financiero colombiano.

2006. Se realiza la fusión entre Davivienda y el Banco Superior, complementando su portafolio de productos, posicionándose en el primer lugar de la banca de personas y consolidándose como líder en productos de consumo en Colombia.

2007. Se autoriza la fusión entre Davivienda y Granbanco S.A. Bancafé, que permite a Davivienda tener presencia en Panamá y Miami e incursionar en nuevos nichos de mercado, principalmente en segmentos corporativos y pymes (pequeña y mediana empresa) y en sectores como el cafetero y el agropecuario, con la consecuente diversificación y consolidación de su cartera comercial. Así, su portafolio crediticio se distribuye proporcionalmente en las categorías de vivienda, consumo y comercial.

2010. Se culmina el proceso gradual de fusión operativa con Bancafé, sin afectar a los clientes de las dos entidades, prestándoles servicios adicionales y generando mayor eficiencia operativa. Asimismo, se le imprime fuerza a la consolidación comercial de los negocios de banca personal y banca empresarial.

2010 y 2011. Marcamos una nueva etapa en nuestra organización con la exitosa emisión de acciones preferenciales, que nos permitió apalancar nuestro constante crecimiento, agregando mayor valor a nuestros accionistas y convirtiéndonos en una mejor entidad para nuestros clientes y funcionarios en los países en los que tenemos presencia.

2012. En el mes de enero Davivienda firma un acuerdo para que HSBC Costa Rica, HSBC Honduras y HSBC El Salvador formen parte del Banco, fortaleciendo su presencia regional, la adquisición de estas operaciones se formalizó a final de año marcando el inicio de una nueva etapa en la organización, conservando su foco en agregar valor a clientes, funcionarios y accionistas, con un portafolio ampliado de productos y servicios.

2013. En el mes de septiembre se cerró el acuerdo por una de las firmas comisionistas de Bolsa más importantes del país, Corredores Asociados. Esta adquisición nos permite fortalecer nuestra oferta de negocios en la línea de portafolios administrados por terceros.

Tabla 6

*Comportamiento Bursátil PFDAVIVIENDA - 2017*

	Cantidad	Volumen	Precio Cierre	Precio Mayor	Precio Medio	Precio Menor
Promedio	140.179,61	4.313.898.425,41	31.070,98	31.250,33	31.040,43	30.734,43
Máximo	836.447,00	25.111.096.260,00	33.680,00	33.680,00	33.432,73	32.740,00
Mínimo	1.148,00	34.189.920,00	29.200,00	29.500,00	29.336,61	28.420,00
Total	17.101.912,00	526.295.607.900,00	3.790.660,00	3.812.540,00	3.786.932,01	3.749.600,00
Fuente. Datos suministrados por la BVC, 2017						

**4.7. Canacol Energy LTDA**

A través de rondas de adjudicación, negociaciones directas, "farm-ins", y adquisiciones selectivas, la Corporación obtuvo 3.3 millones de acres totales / 2.6 millones de acres netos de tierras con potencial prospectivo en Colombia y Ecuador.

Se creó un portafolio de exploración que la gerencia estima que contiene más de 280 MMboe de recursos prospectivos netos riesgados.

Desde el 2008 hasta la actualidad: incluyendo barriles producidos, se incrementaron las reservas de petróleo 2P y volúmenes de 2 a 32 MMboe, representando una tasa compuesta anual de crecimiento (CAGR) del 40%.

Desde el 2012 hasta la actualidad: incluyendo barriles de crudo equivalente producidos, se incrementaron las reservas de gas natural 2P de 17 a 65 Mmboe, representando una tasa compuesta anual de crecimiento (CAGR) del 58%.

Incluyendo petróleo y gas, el VPN-10 antes de impuestos se multiplicó de US \$199 millones a US \$1.3 billones.

65% éxito histórico de exploración (17 / 26 pozos totales de exploración).

96% éxito histórico de desarrollo (52 / 54 pozos totales de desarrollo).

Sólido equipo de desarrollo de negocios el cual ha participado en 5 rondas de adjudicación y ha revisado más de 100 oportunidades de "farm-in". Canacol eligió 4 "farm-ins", ejecutó 7 "farm-outs" estratégicos, negoció cuatro transacciones directamente con la Agencia Nacional de Hidrocarburos y realizó un "joint venture" estratégico en Ecuador.

El 2 de enero de 2010 anuncian ante la prensa colombiana su plan para inscribirse también en la Bolsa de Valores de Colombia, BVC. Las nuevas normas del mercado de capitales local permiten registros duales, que posiblemente sigan siendo empleadas por petroleras internacionales.

Tabla 7  
*Comportamiento Bursátil CNEC - 2017*

	Cantidad	Volumen	Precio Cierre	Precio Mayor	Precio Medio	Precio Menor
Promedio	151.402,43	1.331.963.083,20	8.805,25	8.718,77	8.700,78	8.548,77
Máximo	922.403,00	8.138.347.720,00	10.080,00	10.180,00	10.052,53	10.000,00
Mínimo	664,00	5.657.280,00	8.100,00	,00	8.064,75	,00
Total	18.471.096,00	162.499.496.150,00	1.074.240,00	1.063.690,00	1.061.494,60	1.042.950,00
Fuente. Datos suministrado por la BVC, 2017						

#### 4.8. ODINSA

Odinsa, empresa colombiana, filial de Grupo Argos, es una organización dedicada a la estructuración, gestión y desarrollo de proyectos de infraestructura de concesiones viales y aeroportuarias.

La compañía promueve los más altos estándares de sostenibilidad y gobierno corporativo, que le permiten generar valor e impactar positivamente a sus grupos de interés.

Con presencia en Colombia, Ecuador y República Dominicana, Odinsa es una compañía que cotiza su acción en la Bolsa de Valores de Colombia, BVC.

## 5. Aplicación de Métodos Estadísticos a la Estructuración de Portafolio

### 5.1. Cálculo de la Rentabilidad Individual de las Acciones.

Tabla 8

*Rendimientos esperados.*

RENDIMIENTOS ESPERADOS							
ODINSA	PFAVAL	PFBCOLOM	PFAVH	CNEC	ISA	CELSIA	PFDVVNDA
5,31%	0,00%	2,25%	0,00%	-3,29%	0,00%	0,77%	-1,54%
0,00%	-1,72%	-1,93%	0,79%	0,26%	-2,00%	0,00%	-1,41%
0,00%	0,00%	0,70%	3,11%	0,13%	0,36%	1,02%	0,67%
0,00%	0,43%	0,00%	0,76%	-1,29%	-0,83%	-0,51%	0,37%
0,00%	0,86%	0,93%	1,26%	3,45%	0,00%	0,00%	-1,04%
0,00%	-0,86%	1,22%	1,98%	1,74%	0,83%	-0,77%	1,12%
-4,71%	2,13%	3,51%	3,85%	2,20%	1,64%	-0,52%	0,88%
0,12%	0,00%	2,82%	3,02%	0,60%	0,58%	1,16%	1,31%
0,00%	0,00%	-0,93%	-4,92%	2,84%	-0,46%	2,15%	1,44%
1,32%	-0,42%	-0,07%	0,96%	-3,68%	0,00%	-1,01%	-1,44%
0,00%	0,42%	-1,01%	1,42%	1,56%	1,61%	0,63%	0,58%
-0,24%	0,00%	1,52%	4,59%	2,24%	0,11%	1,37%	-0,22%
-1,20%	0,84%	1,70%	1,56%	5,33%	0,57%	1,72%	0,36%
0,00%	0,00%	0,35%	-2,68%	0,66%	-1,14%	-1,35%	-1,09%
0,00%	-0,42%	-0,14%	0,23%	-2,89%	0,46%	-1,99%	-0,73%
0,00%	-1,27%	-0,63%	-2,06%	-0,91%	-0,92%	-1,90%	-2,00%
0,00%	0,85%	-0,14%	2,28%	1,92%	2,17%	2,66%	-0,45%
0,00%	-0,42%	0,21%	-1,59%	0,56%	0,00%	-0,12%	-0,38%
-1,21%	-0,42%	-0,42%	-0,23%	-1,12%	0,00%	-1,01%	-0,15%
0,00%	1,27%	-3,98%	-3,99%	4,40%	-1,71%	-2,82%	1,27%
7,06%	-0,84%	0,29%	-1,69%	-6,10%	-0,69%	3,82%	-2,18%

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con los datos que contiene el Anexo 1.0. Estos datos son el resultado de aplicar logaritmo natural al cociente de los precios de cierre de cada acción o activo. Es decir logaritmo natural del precio de cierre del día (t) dividido entre el precio de cierre del día (t-1) del mismo activo o acción.

Seguido de hallar los rendimientos esperados por día de las acciones se procede hallar la rentabilidad esperada de las acciones o activos, la cual es el resultado del cociente de la sumatoria entre el número de datos, si se quiere utilizar la herramienta Excel, de aplica la función DESVEST se utiliza esta función ya que los rendimientos esperados se toman como la población y no una muestra, y se asume que todos los dato tiene la misma probabilidad. Estos resultados se pueden observar en la tabla 9.

Tabla 9  
*Rendimientos esperados de las acciones*

<b>RENDIMIENTOS ESPERADOS DE LAS ACCIONES</b>								
	<b>ODINSA</b>	<b>PFAVAL</b>	<b>PFBCOLOM</b>	<b>ISA</b>	<b>CNEC</b>	<b>CELSIA</b>	<b>PFAVH</b>	<b>PFDAVIVIENDA</b>
<b>RENTABILIDAD</b>								
<b>ESPERADA</b>	0,0477%	0,0311%	0,0545%	0,1004%	0,0887%	0,0133%	0,1769%	0,0353%

Fuente: Elaboración propia.

Cabe aclarar que estas ocho acciones fueron seleccionadas de un banco de acciones que cotizaron para el día 27 de septiembre, por ser las que presentan más rendimientos esperado por día información que se encontrara en el anexo 1.0 para su comprobación.

De acuerdo con la tabla 1.0, las acciones que presentan mayor rentabilidad son PFAVH, ISA Y CNEC, las menos rentables de las seleccionadas, PFDAVIVIENDA, PFAVAL Y CELSIA. Seguido de saber esta información, procedemos a calcular el riesgo de las acciones.

### **5.1.1 Calculo del Riesgo Individual de las Acciones**

Para los cálculos del riesgo es necesario aplicar la fórmula de la desviación estándar que se describe en el anexo 1.3, si se quiere comprobar, para el cálculo del riesgo de las acciones seleccionada se aplicó la función de Excel DESVEST, a los rendimientos esperados de cada activo, resultados que se pueden observar, en la tabla 10.

Tabla 10

*Riesgo individual de las acciones.*

<b>RIESGO INDIVIDUAL DE LAS ACCIONES</b>								
	<b>ODINSA</b>	<b>PFAVAL</b>	<b>PFBLOM</b>	<b>ISA</b>	<b>CNEC</b>	<b>CELSIA</b>	<b>PFAVH</b>	<b>PFDVIVIENDA</b>
<b>RIESGO</b>	1,51%	0,94%	1,25%	1,05%	2,39%	1,23%	2,86%	0,96%

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con la tabla 1.1 las acciones que presentan mayor riesgo, son PFAVH, CNEC, ODINSA, las cuales se encuentran por encima de un riesgo de 1,50% diario, el activo que presenta menor riesgo es PFAVAL.

Ahora que tenemos estos datos, procederemos, a calcular el riesgo del portafolio, asumiendo que se invertirá en las ocho acciones seleccionadas.

### 5.1.2 Cálculo del Riesgo del Portafolio

Para hallar este riesgo necesitamos una matriz de covarianza y una matriz de riqueza o de proporción de inversión, procediendo hacer operaciones de matrices, hallando la varianza mediante la sumatoria de los resultados, y encontrando la desviación estándar (riesgo) aplicando raíz cuadrada a la sumatoria.

### 5.1.3 Calculo de la Matriz de Covarianza

Para el cálculo de la matriz de covarianza, se utiliza se utiliza la herramienta de análisis de Excel, covarianza, se elige el rango de entrada, que son todos los datos de los rendimientos esperados (anexo 1.2) y nos arroja los resultados en forma decimal, que si los pasamos a porcentaje, en esta matriz se puede observar la en nivel de riesgo asociado a la combinación de

inversión entre dos instrumentos que no es más que la varianza entre esos dos activos, estos datos se pueden observar en la tabla 1.2.

Tabla 11  
 Matriz de covarianza.

MATRIZ DE COVARIANZA								
	ODINSA	PFAVAL	PFBCOLOM	PFAVH	CNEC	ISA	CELSIA	PFDAVVNDA
ODINSA	0,02282%	-0,00201%	-0,00155%	-0,00371%	-0,00727%	-0,00171%	0,00164%	-0,00297%
PFAVAL	-0,00201%	0,00880%	0,00478%	0,00307%	0,00447%	0,00269%	0,00172%	0,00211%
PFBCOLOM	-0,00155%	0,00478%	0,01572%	0,00861%	0,00160%	0,00335%	0,00351%	0,00374%
PFAVH	-0,00371%	0,00307%	0,00861%	0,08162%	0,00718%	0,00552%	0,00438%	0,00394%
CNEC	-0,00727%	0,00447%	0,00160%	0,00718%	0,05714%	0,00220%	0,00548%	0,00783%
ISA	-0,00171%	0,00269%	0,00335%	0,00552%	0,00220%	0,01104%	0,00525%	0,00224%
CELSIA	0,00164%	0,00172%	0,00351%	0,00438%	0,00548%	0,00525%	0,01520%	0,00287%
PFDAVVNDA	-0,00297%	0,00211%	0,00374%	0,00394%	0,00783%	0,00224%	0,00287%	0,00919%

Fuente: Elaboración propia.

Teniendo los datos de las varianzas de las combinaciones posibles, para hallar el riesgo del portafolio, se necesita una matriz de riqueza o de proporción de inversión, para este ejercicio asumiremos que la inversión está repartida en partes iguales entre las ocho acciones o activos. Los cuales se pueden observar en la tabla 12

Tabla 12  
 Matriz riqueza.

MATRIZ DE RIQUEZA								
ODINSA	PFAVAL	PFBCOLOM	PFAVH	CNEC	ISA	CELSIA	PFDAVVNDA	TOTAL
0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	1

Fuente: Elaboración propia.

Ya teniendo los datos que están en las tablas 1.2 y 1.3 se procede hacer los cálculos de manera matricial los cuales se pueden observar en la tabla 13. Que se explican en el anexo 1.3.

Tabla 13  
Cálculo matricial

CALCULO MATRICIAL ENTRE MATRIZ DE RIQUEZA Y MATRIZ DE COVARIANZA									
		ODINSA	PFAVAL	PFBLOM	PFAVH	CNEC	ISA	CELSIA	PFDVVDA
	PROPORCIÓN	12,5%	12,5%	12,5%	12,5%	12,5%	12,5%	12,5%	12,5%
ODINSA	12,5%	0,02282%	-0,00201%	-0,00155%	-0,00371%	-0,00727%	-0,00171%	0,00164%	-0,00297%
PFAVAL	12,5%	-0,00201%	0,00880%	0,00478%	0,00307%	0,00447%	0,00269%	0,00172%	0,00211%
PFBLOM	12,5%	-0,00155%	0,00478%	0,01572%	0,00861%	0,00160%	0,00335%	0,00351%	0,00374%
PFAVH	12,5%	-0,00371%	0,00307%	0,00861%	0,08162%	0,00718%	0,00552%	0,00438%	0,00394%
CNEC	12,5%	-0,00727%	0,00447%	0,00160%	0,00718%	0,05714%	0,00220%	0,00548%	0,00783%
ISA	12,5%	-0,00171%	0,00269%	0,00335%	0,00552%	0,00220%	0,01104%	0,00525%	0,00224%
CELSIA	12,5%	0,00164%	0,00172%	0,00351%	0,00438%	0,00548%	0,00525%	0,01520%	0,00287%
PFDVVDA	12,5%	-0,00297%	0,00211%	0,00374%	0,00394%	0,00783%	0,00224%	0,00287%	0,00919%

Fuente: Elaboración propia.

Después de hacer todas las operaciones de matrices, se obtiene la tabla 1.5.

Tabla 14  
Matriz de Markowitz

MATRIZ DE MARKOWITZ								
	ODINSA	PFAVAL	PFBLOM	PFAVH	CNEC	ISA	CELSIA	PFDVVDA
ODINSA	0,000357%	-0,000031%	-0,000024%	-0,000058%	-0,000114%	-0,000027%	0,000026%	-0,000046%
PFAVAL	-0,000031%	0,000138%	0,000075%	0,000048%	0,000070%	0,000042%	0,000027%	0,000033%
PFBLOM	-0,000024%	0,000075%	0,000246%	0,000135%	0,000025%	0,000052%	0,000055%	0,000058%
PFAVH	-0,000058%	0,000048%	0,000135%	0,001275%	0,000112%	0,000086%	0,000068%	0,000062%
CNEC	-0,000114%	0,000070%	0,000025%	0,000112%	0,000893%	0,000034%	0,000086%	0,000122%
ISA	-0,000027%	0,000042%	0,000052%	0,000086%	0,000034%	0,000173%	0,000082%	0,000035%
CELSIA	0,000026%	0,000027%	0,000055%	0,000068%	0,000086%	0,000082%	0,000237%	0,000045%
PFDVVDA	-0,000046%	0,000033%	0,000058%	0,000062%	0,000122%	0,000035%	0,000045%	0,000144%

Fuente: Elaboración propia.

La sumatoria de todos los datos de la tabla 1.5, nos dará el resultado de la varianza, que sacando su raíz cuadrada resultara el dato de la desviación estándar, resultado que se presenta a continuación en la tabla 1.6.

Tabla 15.  
Riesgo del portafolio de partes iguales.

	PORCENTAJE
<b>VARIANZA DEL PORTAFOLIO</b>	0,0056%
<b>RIESGO DEL PORTAFOLIO</b>	0,7494%

Fuente: Elaboración propia.

Para el cálculo del rendimiento del portafolio, se utilizarán los datos de la tabla 1.0 y 1.3. Realizando una sumatoria de ponderados o resultado derivado de la multiplicación de las proporciones de inversión de los activos o acciones, por su respectivo rendimiento esperado dando como resultado la tabla 1.7.

Tabla 16

*Rendimientos esperados de las acciones.*

<b>RENDIMIENTOS ESPERADOS DE LAS ACCIONES</b>								
	<b>ODINSA</b>	<b>PFAVAL</b>	<b>PFBCELOM</b>	<b>ISA</b>	<b>CNEC</b>	<b>CELSIA</b>	<b>PFAVH</b>	<b>PFDVIVIENDA</b>
<b>RENTABILIDAD ESPERADA</b>	0,0477%	0,0311%	0,0545%	0,1004%	0,0887%	0,0133%	0,1769%	0,0353%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 17

*Matriz de riqueza.*

<b>MATRIZ DE RIQUEZA</b>								
<b>ODINSA</b>	<b>PFAVAL</b>	<b>PFBCELOM</b>	<b>PFAVH</b>	<b>CNEC</b>	<b>ISA</b>	<b>CELSIA</b>	<b>PFDVIVIENDA</b>	<b>TOTAL</b>
0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	1

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 18

*Rendimiento del portafolio.*

<b>RENDIMIENTO DEL PORTAFOLIO</b>								
<b>ODINSA</b>	<b>PFAVAL</b>	<b>PFBCELOM</b>	<b>PFAVH</b>	<b>CNEC</b>	<b>ISA</b>	<b>CELSIA</b>	<b>PFDVIVIENDA</b>	<b>TOTAL</b>
0,006%	0,004%	0,007%	0,013%	0,011%	0,002%	0,022%	0,004%	0,0685%

Fuente: Elaboración propia.

De igual importancia analizaremos una tabla la 1.8, que es de gran importancia, para mirar la correlación entre las acciones del portafolio.

Tabla 19  
 Matriz de correlación.

MATRIZ DE CORRELACIÓN								
	ODINSA	PFAVAL	PFBCELOM	PFAVH	CNEC	ISA	CELSIA	PFDVVNDA
ODINSA	100,00%							
PFAVAL	-14,16%	100,00%						
PFBCELOM	-8,17%	40,66%	100,00%					
PFAVH	-8,61%	11,46%	24,03%	100,00%				
CNEC	-20,15%	19,94%	5,34%	10,52%	100,00%			
ISA	-10,79%	27,30%	25,39%	18,37%	8,75%	100,00%		
CELSIA	8,81%	14,84%	22,73%	12,42%	18,58%	40,56%	100,00%	
PFDVVNDA	-20,53%	23,49%	31,08%	14,38%	34,17%	22,22%	24,30%	100,00%

Fuente: Elaboración propia.

La importancia de esta matriz, es fundamental, para saber la interdependencia o correlación que hay en lo pares de acciones que se puedan dar, según la teoría, lo óptimo sería que las acciones presentaran correlaciones negativas unas con otras, ya que tendrían comportamiento contra cíclicos, es decir que las pérdidas de unas acciones puedan ser contrarrestada con las ganancias de otras, ahora si se presenta que tienen correlaciones positivas, el ideal sería que estas no fueran muy altas y si lo son que este entre un máximo del 40%, siempre y cuando haya acciones que tengan una correlación menor que 20%, dado el objetivo de minimizar riesgo esto es un criterio que puede ser de gran ayuda para la diversificación, en donde se busca compensar el riesgo con la rentabilidad.

## 5.2. Portafolios Eficientes

Para el hallazgo del portafolio eficiente, bajo el supuesto de invertir todo nuestro 100% destinado al portafolio, cualquier inversor requiere saber ¿cuál es el riesgo mínimo que podría asumir? y ¿cuál sería su valor esperado o esperanza de rentabilidad?, asimismo se hace necesario encontrar las proporciones que hacen que eso sea posible, es donde la variación de la matriz riqueza juega un papel fundamental, pues son sus cambios operacionalizado con sus niveles de covarianzas o matriz de covarianza, que permitirán el hallazgo del riesgo esperado, como también sus retornos esperado o rendimiento del portafolio. Ahora para minimizar o maximizar se utiliza el

complemento de Excel llamado “solver” y se le dan ciertas restricciones para que haga unos cálculos bajo los siguientes supuestos.

1. La sumatoria de las proporciones de la matriz de riqueza deben sumar el 100%
2. Las proporciones deben ser igual o mayor que cero.

De acuerdo con lo anterior, a continuación, en la tabla 1.9 muestra las proporciones eficientes que minimizan el riesgo.

Tabla 20

*Proporciones que minimizan el riesgo.*

MATRIZ DE RIQUEZA								
ODINSA	PFAVAL	PFBLOM	PFAVH	CNEC	ISA	CELSIA	PFDVVDA	TOTAL
21,48%	25,67%	2,82%	0,80%	1,28%	16,93%	2,99%	28,03%	100,00%

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 21

*Matriz de covarianza.*

MATRIZ DE COVARIANZA								
	ODINSA	PFAVAL	PFBLOM	PFAVH	CNEC	ISA	CELSIA	PFDVVDA
ODINSA	0,022817%	-0,002006%	-0,001547%	-0,003714%	-0,007274%	-0,001712%	0,001640%	-0,002973%
PFAVAL	-0,002006%	0,008800%	0,004783%	0,003071%	0,004472%	0,002691%	0,001716%	0,002112%
PFBLOM	-0,001547%	0,004783%	0,015724%	0,008608%	0,001599%	0,003346%	0,003513%	0,003736%
PFAVH	-0,003714%	0,003071%	0,008608%	0,081625%	0,007183%	0,005515%	0,004376%	0,003939%
CNEC	-0,007274%	0,004472%	0,001599%	0,007183%	0,057140%	0,002197%	0,005476%	0,007830%
ISA	-0,001712%	0,002691%	0,003346%	0,005515%	0,002197%	0,011041%	0,005254%	0,002238%
CELSIA	0,001640%	0,001716%	0,003513%	0,004376%	0,005476%	0,005254%	0,015199%	0,002872%
PFDVVDA	-0,002973%	0,002112%	0,003736%	0,003939%	0,007830%	0,002238%	0,002872%	0,009190%

Fuente: Elaboración propia.

Haciendo los cálculos respectivos con las anteriores matrices, tenemos la matriz de mínima varianza, su nivel de riesgo aplicando raíz a la sumatoria de la matriz, el rendimiento del portafolio es el producto de la matriz de riqueza o proporciones por la rentabilidad de cada activo, resultados que se expresan más adelante.

Tabla 22  
 Matriz de Markowitz (mínima varianza)

MATRIZ DE MARKOWITZ								
	ODINSA	PFAVAL	PFBLOM	PFAVH	CNEC	ISA	CELSIA	PFDVVDA
ODINSA	0,001053%	-0,000111%	-0,000009%	-0,000006%	-0,000020%	-0,000062%	0,000011%	-0,000179%
PFAVAL	-0,000111%	0,000580%	0,000035%	0,000006%	0,000015%	0,000117%	0,000013%	0,000152%
PFBLOM	-0,000009%	0,000035%	0,000013%	0,000002%	0,000001%	0,000016%	0,000003%	0,000030%
PFAVH	-0,000006%	0,000006%	0,000002%	0,000005%	0,000001%	0,000007%	0,000001%	0,000009%
CNEC	-0,000020%	0,000015%	0,000001%	0,000001%	0,000009%	0,000005%	0,000002%	0,000028%
ISA	-0,000062%	0,000117%	0,000016%	0,000007%	0,000005%	0,000317%	0,000027%	0,000106%
CELSIA	0,000011%	0,000013%	0,000003%	0,000001%	0,000002%	0,000027%	0,000014%	0,000024%
PFDVVDA	-0,000179%	0,000152%	0,000030%	0,000009%	0,000028%	0,000106%	0,000024%	0,000722%

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 23  
 Varianza mínima y riesgo mínimo del portafolio.

	PORCENTAJE
<b>VARIANZA DEL PORTAFOLIO</b>	0,0032%
<b>RIESGO DEL PORTAFOLIO</b>	0,5617%

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con la tabla anterior, el riesgo mínimo del portafolio, dado las proporciones de la matriz de riqueza expresadas en la tabla 1.9, el riesgo diario que asumiría un inversor es del 0,5617% de total de su inversión.

Tabla 24  
 Rentabilidad mínima del portafolio.

	PORCENTAJE
<b>RENTABILIDAD DEL PORTAFOLIO</b>	0,0496%

Fuente: Elaboración propia.

Resultado de la multiplicación de las matrices de las tablas 1.9 con 1.0. Este resultado se puede observar en la tabla 2.3.

Tabla 25

*Rendimientos mínimos por acciones.*

RENDIMIENTO DEL PORTAFOLIO								
ODINSA	PFAVAL	PFBCOLOM	PFAVH	CNEC	ISA	CELSIA	PFDVVNDA	TOTAL
0,010%	0,008%	0,002%	0,001%	0,001%	0,017%	0,000%	0,010%	0,0496%

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 26

*Proporciones que minimizan el riesgo.*

MATRIZ DE RIQUEZA								
ODINSA	PFAVAL	PFBCOLOM	PFAVH	CNEC	ISA	CELSIA	PFDVVNDA	TOTAL
21,48%	25,67%	2,82%	0,80%	1,28%	16,93%	2,99%	28,03%	100,00%

Fuente: Elaboración propia.

### 5.3. Portafolio Eficiente con diferentes Niveles de Riesgo

Para mostrar el comportamiento del portafolio, con diferentes niveles de riesgo se hacen los mismos cálculos, asumiendo riesgos voluntarios, es decir un inversor puede estructurar un portafolio a un nivel de riesgo dado, para hagamos el supuesto de que tres personas quieran invertir en las mismas 8 acciones, utilizando el 100% del monto destinado a invertir, y el primero asume un riesgo del 1.0% diario, el segundo un riesgo del 2.0% diario, y el ultimo un 2,5%. Desean saber ¿cuál sería su rentabilidad esperada?

Para el primer inversor:

Riesgo del 1.0%

Tabla 27

*Proporciones (riesgo 1.0%)*

MATRIZ DE RIQUEZA								
ODINSA	PFAVAL	PFBCOLOM	PFAVH	CNEC	ISA	CELSIA	PFDVVNDA	TOTAL
13,97%	10,22%	8,90%	0,00%	36,65%	9,63%	10,71%	9,92%	100,00%

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 28  
 Matriz de Markowitz (riesgo 1.0%)

MATRIZ DE MARKOWITZ								
	ODINSA	PFAVAL	PFBLOM	PFAVH	CNEC	ISA	CELSIA	PFDVVDA
ODINSA	0,000446%	-0,000029%	-0,000019%	0,000000%	-0,000373%	-0,000023%	0,000025%	-0,000041%
PFAVAL	-0,000029%	0,000092%	0,000043%	0,000000%	0,000167%	0,000026%	0,000019%	0,000021%
PFBLOM	-0,000019%	0,000043%	0,000124%	0,000000%	0,000052%	0,000029%	0,000033%	0,000033%
PFAVH	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%
CNEC	-0,000373%	0,000167%	0,000052%	0,000000%	0,007675%	0,000078%	0,000215%	0,000285%
ISA	-0,000023%	0,000026%	0,000029%	0,000000%	0,000078%	0,000102%	0,000054%	0,000021%
CELSIA	0,000025%	0,000019%	0,000033%	0,000000%	0,000215%	0,000054%	0,000174%	0,000031%
PFDVVDA	-0,000041%	0,000021%	0,000033%	0,000000%	0,000285%	0,000021%	0,000031%	0,000090%

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 29  
 Rentabilidad y riesgo 1.0%

	<b>PORCENTAJE</b>
<b>RENTABILIDAD DEL PORTAFOLIO</b>	0,0618%
	<b>PORCENTAJE</b>
<b>VARIANZA DEL PORTAFOLIO</b>	0,0100%
<b>RIESGO DEL PORTAFOLIO</b>	1,00%

Fuente: Elaboración propia.

Segundo inversor:

Riesgo de un 2.0%

Tabla 30  
 Proporciones (riesgo 2.0%)

MATRIZ DE RIQUEZA									
ODINSA	PFAVAL	PFBLOM	PFAVH	CNEC	ISA	CELSIA	PFDVVDA	TOTAL	
0,00%	3,32%	6,09%	66,64%	10,31%	4,39%	5,40%	3,85%	100,00%	

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 31  
 Matriz de Markowitz (riesgo 2.0%)

MATRIZ DE MARKOWITZ								
	ODINSA	PFAVAL	PFBLOM	PFAVH	CNEC	ISA	CELSIA	PFDVVDA
ODINSA	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%
PFAVAL	0,000000%	0,000010%	0,000010%	0,000068%	0,000015%	0,000004%	0,000003%	0,000003%
PFBLOM	0,000000%	0,000010%	0,000058%	0,000350%	0,000010%	0,000009%	0,000012%	0,000009%
PFAVH	0,000000%	0,000068%	0,000350%	0,036249%	0,000493%	0,000161%	0,000158%	0,000101%
CNEC	0,000000%	0,000015%	0,000010%	0,000493%	0,000607%	0,000010%	0,000031%	0,000031%
ISA	0,000000%	0,000004%	0,000009%	0,000161%	0,000010%	0,000021%	0,000012%	0,000004%
CELSIA	0,000000%	0,000003%	0,000012%	0,000158%	0,000031%	0,000012%	0,000044%	0,000006%
PFDVVDA	0,000000%	0,000003%	0,000009%	0,000101%	0,000031%	0,000004%	0,000006%	0,000014%

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 32  
 Rentabilidad y riesgo 2.0%

	<b>PORCENTAJE</b>
<b>RENTABILIDAD DEL PORTAFOLIO</b>	0,1379%
	<b>PORCENTAJE</b>
<b>VARIANZA DEL PORTAFOLIO</b>	0,0400%
<b>RIESGO DEL PORTAFOLIO</b>	2,00%

Fuente: Elaboración propia.

Tercer inversor: Riesgo DE 2,5%

Tabla 33  
 Proporciones (riesgo 2.5%)

MATRIZ DE RIQUEZA									
ODINSA	PFAVAL	PFBLOM	PFAVH	CNEC	ISA	CELSIA	PFDVVDA	TOTAL	
0,00%	0,00%	1,77%	85,66%	11,89%	0,00%	0,67%	0,00%	100,00%	

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 34

*Matriz de Markowitz (riesgo 2.5%)*

	<i>ODINSA</i>	<i>PFAVAL</i>	<i>PFBLOM</i>	<i>PFAVH</i>	<i>CNEC</i>	<i>ISA</i>	<i>CELSIA</i>	<i>PFDVVDA</i>
<i>ODINSA</i>	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%
<i>PFAVAL</i>	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%
<i>PFBLOM</i>	0,000000%	0,000000%	0,000005%	0,000131%	0,000003%	0,000000%	0,000000%	0,000000%
<i>PFAVH</i>	0,000000%	0,000000%	0,000131%	0,059894%	0,000732%	0,000000%	0,000025%	0,000000%
<i>CNEC</i>	0,000000%	0,000000%	0,000003%	0,000732%	0,000808%	0,000000%	0,000004%	0,000000%
<i>ISA</i>	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%
<i>CELSIA</i>	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000025%	0,000004%	0,000000%	0,000001%	0,000000%
<i>PFDVVDA</i>	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%	0,000000%

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 35

*Rentabilidad y riesgo 2.5%*

	<b>PORCENTAJE</b>
<b>RENTABILIDAD DEL PORTAFOLIO</b>	0,1632%
	<b>PORCENTAJE</b>
<b>VARIANZA DEL PORTAFOLIO</b>	0,0625%
<b>RIESGO DEL PORTAFOLIO</b>	2,50%

Fuente: Elaboración propia.

En estos tres inversores se puede ver como asumir un nivel de riesgo más alto, permite una mayor rentabilidad esperada, la rentabilidad máxima que se puede esperar es la del activo más rentable, eso si fuera el caso de invertir en un solo activo, y se asumiría el riesgo del tal activo.

## 6. Conclusiones

Conforme a lo anterior un inversionista debe contar con herramientas básicas, que le permitan tomar una decisión fundamentada en aproximaciones esperadas, mediante el análisis de la estadística básica, como lo son las medias, desviaciones estándar, varianzas, coeficiente de correlación, covarianza y cálculos entre matrices, conceptos que vemos en el transcurso de nuestro pregrado, pero que su aplicabilidad queda un poco nublada, en este trabajo, se observa su aplicabilidad e interpretación, siendo la media el rendimiento de un activo y la desviación estándar el riesgo que se asume de inversión, el coeficiente el grado de interdependencia entre los activos, la covarianza el nivel de riesgo entre dos activos y su sumatoria la varianzas que su raíz nos da el riesgo del portafolio, algo fundamental para la toma de decisión cuando se piensa invertir, este trabajo presenta las bases de como estructurar un portafolio y saber los criterios a tener en cuenta, a la hora de estar inmerso dentro del mercado bursátil, que es una alternativa muy rentable en muy poco tiempo y con la mayor regularidad y confianza de seguridad y reglas dadas, por tanto contar con el saber de herramientas que te ayuden a comprender el dinamismo de una inversión en activos aplicando el criterio de diversificación, propiciarán una decisión eficiente a los ajustes autónomos de inversión en cuanto al riesgo que se desea asumir como la también la rentabilidad que se desea buscar.

## 7. Recomendaciones

Cosas puntuales a tener en cuenta a la hora de tomar la decisión de inversión que perfil de inversionista encaja contigo, que tan conservado eres o eres más arriesgado, dependiendo el caso, la aplicación de los conocimientos anteriores, te ayudaran a comprender donde se fundamenta la inversión que decidan hacer, saber la aplicación de la estadística básica y el complemento de un análisis técnico o fundamental te permitirá tener un margen más a favor hacia el éxito, eres un empresario, eres una persona que tiene un excedente de capital y no sabes que hacer, con estos conocimientos podrás entender el mercado alternativo de inversión de la bolsa de valores de Colombia, un mercado seguro, confiable y eficiente, donde su dinamismo te pueda dar la oportunidad que no encontraras, en el resto de mercado, pues tienen un mayor riesgo y poca rentabilidad y el periodo de tiempo es mucho mayor para percibir la utilidad o ganancia. Diversificar tus opciones es ser práctico, pues a la hora de invertir tendrás, conocimiento que te ayudaran a determinar donde debes invertir según tu necesidad, analizar un periodo de tiempo mediante la estadística básica, soportaran tu decisión.

### Referencias Bibliográficas

- Bancolombia. (2017). Quienes somos. Recuperado de <https://www.grupobancolombia.com/wps/portal/acerca-de/informacion-corporativa/quienes-somos> y [http://www.todo1.com/cs/Satellite?c=Page&cid=1266348662909&pagename=Cayman%2FCA\\_TemplateConHome](http://www.todo1.com/cs/Satellite?c=Page&cid=1266348662909&pagename=Cayman%2FCA_TemplateConHome)
- Black, F., Litterman, R., (1991); Asset allocation: Combining investor views with market equilibrium, Goldman, Sachs & Co., Fixed Income Research. Retrieved from <http://www.ijournals.com/doi/abs/10.3905/jfi.1991.408013?journalCode=jfi>
- Black, F., Litterman R., (1992); Global portfolio optimization, Financial Analysts Journal, 48(5), 28-43. Retrieved from <http://www.cfapubs.org/doi/pdf/10.2469/faj.v48.n5.28>
- Bolsa de Valores de Colombia. (2017). Mercado local. Recuperado de <http://www.bvc.com.co/bvcweb1/mostrarpagina.jsp?codpage=80&nemotecnico=PFAVH&tponemo=1>
- Bolsa de valores de Colombia. (2018). Cálculos matemáticos. Recuperado de <http://www.bvc.com.co/bvcweb1/mostrarpagina.jsp?codpage=80&nemotecnico=ODINS&tponemo=1>
- Bolsa de Valores de Colombia. (2018). Listado de emisores. Recuperado de <https://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Empresas/Listado+de+Emisores>
- Bolsa de Valores de Colombia. (2018). Grupo Celsia. Recuperado de <http://www.bvc.com.co/bvcweb1/mostrarpagina.jsp?codpage=80&nemotecnico=CELSIA&tponemo=1>
- CNEC. (2018). Quienes somos. Recuperado de <http://www.canacolenergy.co/esp/about.asp>
- Dataifx. (2018). Acción de Avianca cierra en precio más bajo de su historia. Recuperado de <http://dataifx.com/noticias/acci%C3%B3n-de-avianca-cierra-en-precio-m%C3%A1s-bajo-de-su-historia>

- Davivienda. (2018). A cerca del banco. Quienes somos. Recuperado de [https://www.davivienda.com/wps/portal/inversionistasespanol/inversionistas/AcercaBanco/quienes\\_somos/davivienda/](https://www.davivienda.com/wps/portal/inversionistasespanol/inversionistas/AcercaBanco/quienes_somos/davivienda/)
- Grupo Avianca. (2018). Quienes somos. Recuperado de <http://www.avianca.com/es-co/nuestra-compania/informacion-institucional/perfil-corporativo.aspx>
- Grupo Celsia. (2017). Qué es el grupo celsia. Recuperado de <http://www.celsia.com/es/nuestra-empresa/historia/pager/129/page/4>
- Grupo ISA. (2017). Quienes somos. Recuperado de <http://www.isa.co/es/nuestra-compania/Paginas/default.aspx>.
- Haugen, R.A., (1993); Modern investment theory, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 3a ed. Retrieved from <http://www.sidalc.net/cgi-bin/wxis.exe/?IsisScript=LIBRO.xis&method=post&formato=2&cantidad=1&expresion=mfn=021374>
- Markowitz, H. (1952). Modelo Harry Markowitz original.pdf. Retrieved from [http://www.jstor.org/stable/2975974?seq=1#page\\_scan\\_tab\\_contents](http://www.jstor.org/stable/2975974?seq=1#page_scan_tab_contents)
- ODINSA. (2018). Odinsa concesión del grupo Argos: Quienes somos. Recuperado de <https://www.odinsa.com>
- Superfinanciera de Colombia. (2018). Cálculos matemáticos de instrumentos financieros. Recuperado de [https://www.superfinanciera.gov.co/web\\_valores/](https://www.superfinanciera.gov.co/web_valores/)
- Grupo Aval. (2018). A cerca de nosotros. Misión-Visión. Recuperado de <https://www.grupoaval.com/wps/portal/grupo-aval/aval/acerca-nosotros/mision-vision-valores>
- Markowitz, H. (1959). Portafolio selection: efficient diversification of investments. New York: John Wiley and Sons.
- Padilla, M. (2015). Mercado de valores. Bogotá: Ecoe Ediciones.
- Salazar, J. S., & Echeverri, F. J. (2014). Construcción de un portafolio para un inversionista colombiano de acuerdo con su perfil. Obtenido de [https://repository.eafit.edu.co/bitstream/handle/10784/5307/FranciscoEcheverri\\_JuanSalazar\\_2014.pdf?sequence=2](https://repository.eafit.edu.co/bitstream/handle/10784/5307/FranciscoEcheverri_JuanSalazar_2014.pdf?sequence=2)